VIII Congreso de Ingeniería de Organización
Oviedo, 8 y 9 de septiembre de 2005

Un modelo matemático para la automatización de la elaboración de horarios para un conjunto de restricciones particulares en el sector farmacéutico*

José Pedro García Sabater[1], Pilar Isabel Vidal Carreras[2], Julio Juan García Sabater[3]

[1] Dr. Ingeniero Industrial. jpgarcia@omp.upv.es
[2] Ingeniero Industrial. Estudiante de tercer ciclo. pivicar@doctor.upv.es
[3] Ingeniero Industrial. Estudiante de tercer ciclo. jugarsa@doctor.upv.es
Departamento de Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia

Resumen

Las condiciones específicas del sector farmacéutico obligan en muchos casos a la formación de agrupaciones locales de farmacias para poder proporcionar los servicios necesarios a los clientes. En este momento entran en conflicto intereses particulares que en la mayor parte de las situaciones dificultan la obtención de soluciones para el conjunto. En este trabajo se presenta un modelo matemático que permite obtener soluciones automáticas al problema clásico de obtención de calendarios para las distintas entidades.

Palabras clave: *Timetabling*, Calendarios, Modelado matemático

1. Introducción

La apertura de una farmacia esta sujeta a la autorización administrativa de la Consejería de Sanidad de cada Comunidad. Además, durante los últimos años se ha mantenido la planificación farmacéutica de acuerdo con las limitaciones en cuanto al número de habitantes y distancias entre farmacias, de acuerdo con las peculiaridades geográficas, etc. la demarcación territorial, tanto en legislación estatal cómo autonómica (2005). Por estas circunstancias, es habitual observar que el sector farmacéutico necesite formar "agrupaciones" para poder dar el servicio adecuado a su cartera de clientes. En estas agrupaciones se tratan temas fundamentales como son el reparto de tareas y el establecimiento de calendarios de guardias, negociaciones que en muchas ocasiones resultan muy complejas por el conflicto de intereses que provocan entre las distintas oficinas de farmacias.

En este entorno se ubica el presente trabajo que pretende establecer un modelo matemático que contemplando las solicitudes básicas de los usuarios, proporcione de modo automatizado una solución al calendario de guardias de las distintas entidades. Estas soluciones serán evaluadas de acuerdo con un conjunto de parámetros que permiten caracterizar numéricamente la calidad del horario solución.

2. Descripción del problema

El problema de distribución de las guardias entre las distintas farmacias oscila entre los siguientes tres objetivos básicos:

*Este trabajo deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por la Generalitat Valenciana con referencia GV04A-543, cuyo acrónimo es "Agent Flow".

a) Que la carga de trabajo esté lo más espaciada posible
b) Que todas las oficinas de farmacia tengan una carga de trabajo tan similar como sea posible durante un horizonte dado
c) Que las distintas zonas[†] tengan un servicio equilibrado

Este problema sería de resolución evidente si todos los días tuvieran las mismas características, pero ocurre que entre los responsables de las oficinas de farmacia puede haber quienes opinen por ejemplo que no es lo mismo trabajar en la noche del sábado que en la noche del jueves. Si todos los días fueran equivalentes bastaría con establecer una secuencia cíclica, utilizando procedimientos similares a los usados en problemas de secuenciación de unidades homogéneas (Milteburg, 1989).

En el caso de estudio existen tres tipos de días diferentes: laborables, sábados y festivos. Las entidades a negociar en el sistema son 11 farmacias de tres pueblos cercanos ubicados en una zona de la Comunidad Valenciana. La distribución de farmacias es la siguiente: 5 farmacias en el pueblo A, 5 farmacias en el pueblo B y 1 farmacia en el pueblo C. La situación ideal es que ninguno de los tres pueblos se quede ninguna noche sin farmacia abierta, pero obviamente esto resulta imposible por la distribución geográfica de las farmacias.

Este problema pertenece al conjunto de problemas de *timetabling*, de Werra (1985), o definición de horarios que ha sido muy estudiado en el entorno del sector educativo.

3. Modelo Matemático

A continuación se presentan los índices, parámetros, variables, restricciones básicas y función bi-objetivo que ha de cumplir el sistema.

- *Índices:*

i, h: [1..11], recorre las distintas farmacias
j: [1..3], recorre los distintos pueblos
t: [1..365], recorre los distintos días del trimestre
k: [1,2,3], recorre los distintos tipos de días: laborables, sábados y festivos

-Parámetros:

Numerodias=365; indica el numero de días que componen el año
m_{ij} : [1,0], indica si la farmacia i pertenece al pueblo j
n_{tk} : [1,0], indica si el día t es del tipo k
yp_{ik} : indica el número de días acumulados por la farmacia i de tipo k antes del comienzo del nuevo periodo (histórico)

- *Variables enteras:*

Y_{ik} : número de días de guardia de la farmacia i de tipo k
Z: indica la máxima desviación entre los días de guardias de las farmacias de los distintos pueblos
x_k *:* indica el número máximo de días de tipo k.

[†] Se entiende como zona el entorno geográfico al que puede dar servicio una determinada oficina de farmacia.

w_k : indica el número mínimo de días de tipo k.

- *Variables binarias:*

α_{it} : [1,0], indica si la farmacia i trabaja en el día t
β_{jt} : [1,0], indica si el pueblo j trabaja en el día t

- *Restricciones:*

$$Z = \max_{i,h}(\sum_t \alpha_{it} - \sum_t \alpha_{ht}) \qquad (1)$$

$$Y_{ik} = yp_{ik} + \sum_t \alpha_{it} n_{tk} \qquad \forall i,k \qquad (2)$$

$$x_k \geq Y_{ik} \qquad \forall i,k \qquad (3)$$

$$w_k \leq Y_{ik} \qquad \forall i,k \qquad (4)$$

$$x_k \leq w_k + 2 \qquad \forall k \qquad (5)$$

$$\sum_t \alpha_{it} = 1 \qquad \forall i \qquad (6)$$

$$\beta_{jt} = \sum_i m_{ij} \alpha_{it} \qquad \forall j,t \qquad (7)$$

$$\beta_{jt} + \beta_{jt+1} \leq 1 \qquad \forall j, t < Numerodias - 1 \qquad (8)$$

$$\beta_{jt} + \beta_{jt+1} + \beta_{jt+2} \geq 1 \qquad \forall j \leq 2, t < Numerodias - 1 \qquad (9)$$

$$\sum_{t=0}^{L-1} \alpha_{i,t+L} \leq 1 \qquad \forall i \qquad (10)$$

- *Función Objetivo:*

Max L
Min Z

La primera ecuación establece el valor de Z, que es una de las variables con la que trabaja la función objetivo, como el valor máximo de la diferencia entre los sumatorios de las variables que indican los días de trabajo de las distintas farmacias, así se pretende establecer la desviación máxima de carga de trabajo para las distintas farmacias.

En la ecuación (2) define los días de guardia de cada farmacia, por ello es igual a la suma del histórico acumulado y los días de trabajo de ese año que se obtienen. En la ecuaciones (3) y (4) se establecen límites superiores e inferiores de los días de guardia para las distintas farmacias respecto a los tres tipos de días: laborables, sábados y festivos. En la ecuación (5) se establecen las relaciones entre estos limites superiores o inferiores de días laborables, sábados y festivos, ajustando a que el máximo de cada uno de ellos sea menor que el mínimo más una unidad.

Mediante la ecuación (6) se restringe el sistema de modo que cada día se abra una sola farmacia para cubrir el turno de guardia. La ecuación (7) define la relación de asignación que permite obtener el valor de β_{jt}.

En la ecuación (8) se establece para todos los pueblos una relación que pretende que al menos entre dos días haya una guardia, mientras que en la ecuación (9) se restringe a que entre tres días haya una guardia pero solo para el primer y segundo pueblo. En la ecuación (10) se establece el intervalo de separación de guardias entre farmacias, que vendrá dado por el valor de L que se obtenga de la función objetivo.

En la función objetivo se plantea:

a) Maximizar L que es el periodo de apertura de cualquier farmacia, es decir si L es igual a 6 significa que como máximo la farmacia abre una vez cada 6 días.
b) Minimizar Z que es la máxima desviación entre tipos de días de guardia para las distintas farmacias.

2.1. Algunas particularidades

Existen algunas restricciones particulares al modelo general planteado en el apartado anterior que han de ser tenidas en cuenta. Estas son:

- Existencia de compromisos previos. Es posible que por determinadas circunstancias existan titulares oficinas de farmacias que puedan tener ciertos días comprometidos de modo que su farmacia no esté disponible para el sistema ese día.
- Necesidad de recuperar el histórico de guardias de periodos anteriores.

Ambas restricciones podrían incluirse del siguiente modo:

$$\alpha_{it} \geq \Pr ogramado1_{it} \quad (11)$$

$$\beta_{jt} \geq \Pr ogramado2_{jt} \quad (12)$$

Por otro lado puede aparecen diversos días peculiares y/o conflictivos. Resulta común la existencia de ciertos días, como pueden ser nochebuena o nochevieja, que merezcan una atención especial ya que su correspondiente guardia no puede recaer en la misma farmacia o incluso en el mismo pueblo durante años consecutivos. Del mismo existen festivos exclusivos de cada pueblo que obligan a prohibir la disponibilidad de los mismos en determinadas fechas. Esto puede expresarse de la siguiente forma:

$$\alpha_{it} \leq \Pr ohibido1_{it} \quad (13)$$

$$\beta_{jt} \leq \Pr ohibido2_{jt} \quad (14)$$

3. Procedimiento de Resolución

A partir de conversaciones con los usuarios finales de la solución, uno de los tres objetivos inicialmente establecido pasó a ser una restricción (un pueblo no debía tener más de una guardia dos días consecutivos, y cualquiera de los dos pueblos grandes debiera tener al menos una guardia cada tres días consecutivos).

De este modo el número de objetivos se redujo a dos: Espaciar las guardias y equilibrar las cargas. La comisión no acertaba a establecer cual era el prioritario, así que se decidió fijar la frontera de optimalidad y que la propia comisión eligiera. Para ello resulta necesario evaluar todas las posibilidades. Fijando primero L (espaciado) y optimizando Z (equilibrado) tal y como se muestra en la Figura 1.a o fijando primero Z y luego optimizando L (Figura 1.b).

La principal ventaja de fijar inicialmente L era la facilidad de introducir el modelo en el lenguaje de modelado utilizado. La ventaja de fijar inicialmente Z era que el número de iteraciones se reducía puesto que Z sólo podía oscilar entre 1 y 5 (mayor desviación de carga era absolutamente inaceptable).

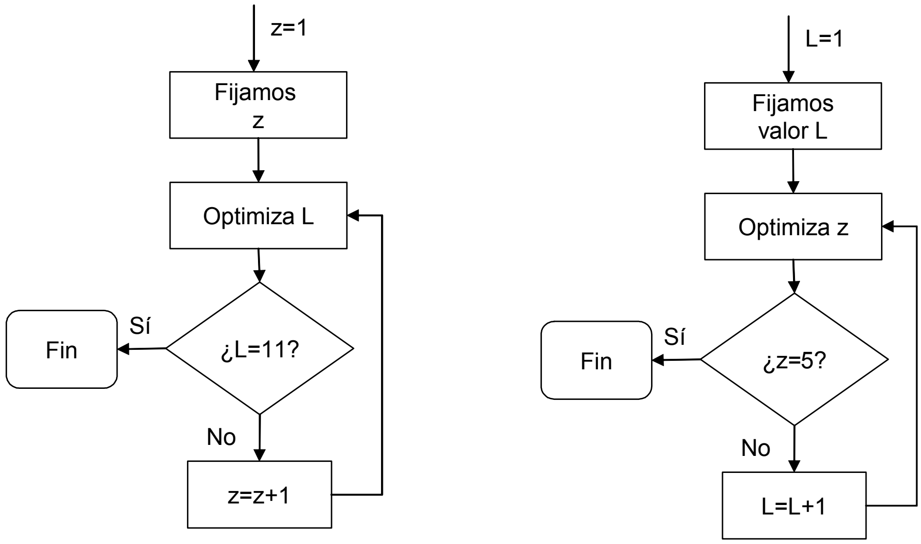

Figura 1. a y b. Representación gráfica de los dos procedimientos de resolución

En cualquier caso se calcularon todas las opciones (Figura 2) aunque hay que establecer que hubo en varios casos que parar el CPLEX transcurrido demasiado tiempo de computación.

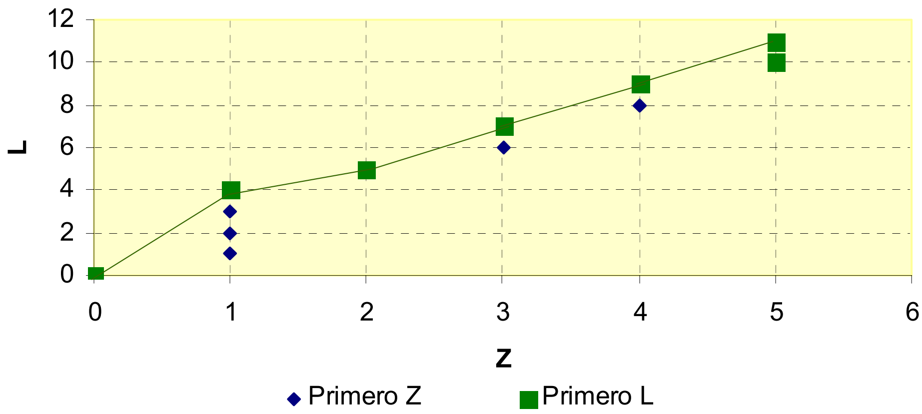

Figura 2. Calculo de resultados con los dos procedimientos de resolución.

3. Implementación

Este modelo se programó empleando el lenguaje MPL (lenguaje algebraico para la formulación de modelos de optimización) y se resolvió mediante el CPLEX versión 9.0.

Inicialmente el modelo se planteó de tal modo que comprende un periodo anual tal y como ha sido descrito en el apartado 2. Sin embargo esto incurre en problemas de memoria por limitaciones del software, por lo que obliga a la consideración de periodos más reducidos tal y como son los trimestres. Así es necesaria la modificación del valor de ciertos índices y variables relacionadas con el horizonte temporal, tales como el índice t y la variable *Numerodias*. Por otro lado también resulta necesaria la conversión de ciertas restricciones asociadas a las particularidades del sistema como es la existencia de días comprometidos.

Además de esto para calcular las guardias de cada trimestre se requiere del valor de los últimos L días del periodo anterior, por lo que son restricciones que también se han de añadir.

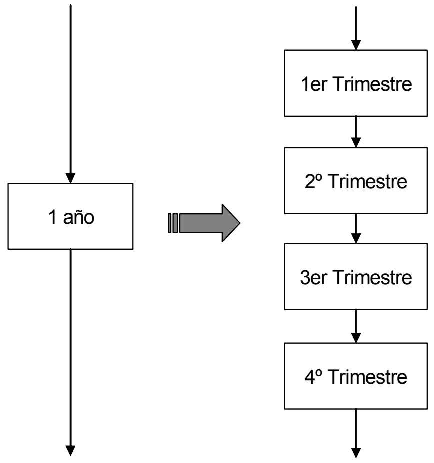

Figura 3. División del periodo anual en trimestres

4. Conclusiones

Los resultados del modelo obtenidos con el lenguaje MPL requieren ser tratados para su interpretación estándar. Así, se elaboran una serie de informes tal y como los mostrados en las siguientes figuras. En la Figura 4 se muestran las guardias de cada farmacia para los distintos días del mes.

Fecha			Farmacia	Población
Lunes	01/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Martes	02/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Miércoles	03/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Jueves	04/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Viernes	05/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Sábado	06/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Domingo	07/08/2005		[redacted]	(Benimodo)
Lunes	08/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Martes	09/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Miércoles	10/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Jueves	11/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Viernes	12/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Sábado	13/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Domingo	14/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Lunes	**15/08/2005**	**Fiesta**	[redacted]	**(Carlet)**
Martes	16/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Miércoles	17/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Jueves	18/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Viernes	19/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Sábado	20/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Domingo	21/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Lunes	22/08/2005		[redacted]	(Benimodo)
Martes	23/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Miércoles	24/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Jueves	25/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Viernes	26/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Sábado	27/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Domingo	28/08/2005		[redacted]	(Carlet)
Lunes	29/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Martes	30/08/2005		[redacted]	(L'Alcúdia)
Miércoles	31/08/2005		[redacted]	(Benimodo)

Figura 4. Informe de Resultados

En la Figura 5 se muestra el resumen de los acumulados de guardias según los distintos tipos de días para el para el final del tercer trimestre.

Farmacias	Laborables	Sábados	Festivos
[redacted]	19	3	4
[redacted]	17	3	5
[redacted]	17	4	4
[redacted]	17	4	3
[redacted]	17	4	5
[redacted]	17	4	5
[redacted]	17	4	3
[redacted]	17	4	4
[redacted]	17	3	4
[redacted]	17	3	5
[redacted]	17	2	5

Figura 5. Resumen de acumulados

Con todo esto, podemos afirmar que este trabajo resulta ser un ejemplo muy didáctico de cómo aplicar conocimientos teóricos de modelado matemático como metodología para la resolución directa de conflictos comunes de la vida ordinaria, que no por ello son menos importantes o complejos. Resulta, por tanto, un buen ejemplo docente puesto que es un problema que resulta sencillo de explicar pero complejo de resolver.

Con el análisis de las restricciones impuestas por las condiciones particulares del caso de estudio, se observa claramente como modificaciones leves en la programación lineal dan como resultado alteraciones importantes en los modos de resolución del sistema. El diseño de este modelo matemático lo dota de una considerable flexibilidad y le permite ser aplicable a gran cantidad de situaciones similares.

Referencias

(2005). Ley 6/1998 de 22 de junio de Ordenación Farmacéutica de la Comunidad Valenciana.

de Werra,D. (1985). An Introduction to Timetabling. European Journal of Operational Research, Vol. 19, No.2, pp. 151-162.

Miltenburg, J.,(1989). Scheduling Mixed-Model Assembly Lines for Just-In-Time Production Systems. Management Science, 35, 2, 192-207.