

Localización de detectores de vehículos para la optimización de la calibración de matrices de viaje

Jesús Racero Moreno¹, José David Canca Ortiz¹, Fernando Jiménez Canelada¹, Gabriel Villa Caro¹, Ricardo Galán de Vega¹

¹ Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas. Escuela Superior de Ingeniería de Sevilla. Caminos de los Descubrimientos s/n. 41092. Sevilla. jrm@esi.us.es , dco@esi.us.es, canelada@esi.us.es , gvc@esi.us.es

Resumen

En los últimos años, los estudios de movilidad han crecido en importancia como consecuencia del crecimiento de las ciudades. Los estudios de movilidad pretenden conocer a partir de encuestas de movilidad, el origen y el destino del viaje así como el motivo o el modo de transporte empleado. Los estudios de movilidad son muy costosos y no siempre se obtienen resultados coherentes, la coherencia de esta matriz es validada mediante procesos de asignación de tráfico, donde la matriz es empleada para estimar las intensidades en el viario. Los últimos años ha cobrado gran importancia el estudio de la actualización de la matriz origen destino a partir de los datos de detectores dispersos por el viario, este proceso de calibración depende de la situación de los detectores siendo necesario disponer de métodos de localización de detectores que minimize las desviaciones en la extrapolación de la matriz de viajes a la situación actual.

Palabras clave: Matrices Origen-destino, detectores, modelo de asignación de tráfico

1. Introducción

Una tarea desafiante para la gestión y la planificación del transporte es desarrollar las soluciones para conseguir un sistema eficiente de transporte. La vida moderna exige una movilidad cada vez mayor. A menudo ésta se consigue mediante una creciente utilización de vehículos particulares. Esto implica, la multiplicación de la demanda de tráfico sobre las ya sobrecargadas infraestructuras de transporte. La demanda de tráfico se agrupa y modeliza mediante una matriz origen-destino o matriz de viajes que describe el número de viajes que se producen entre dos zonas de la ciudad.

La obtención de la matriz de viajes es un proceso complejo y costoso que no siempre termina con éxito. En las últimas dos décadas, hemos sido testigo del rápido incremento de investigaciones centradas en métodos de estimación de matrices origen destino a partir de contadores de tráfico. Como consecuencia de que los contadores de tráfico están disponibles en muchas ciudades y la recolección de datos es relativamente barata hacen que los métodos de estimación de matrices sean una alternativa de bajo coste económico al proceso de confección de nuevas matrices. Generalmente la estimación de la matriz depende de la precisión de los datos de los contadores, su localización y de la matriz de partida.

El siguiente trabajo describe un procedimiento de localización de detectores para la optimización de la estimación de las matrices de viajes. El proceso de localización está basado

en el procedimiento de asignación empleado para la estimación de las intensidades de flujo en el viario a partir de la matriz de viajes.

2. Métodos de localización de detectores

Los métodos de localización de detectores ha sido poco estudiado y los poco estudios realizados se orientan a la localización para mejorar la estimación de la matriz de viajes. Una gran variedad de modelos han sido desarrollados para la estimación de la matriz de viajes, entre los métodos más estudiados se encuentran los de maximización de la entropía y el de minimización del error cuadrático.

Las primera regla de localización de detectores procede de un nuevo concepto empleado en la calibración de la matriz de viajes, denominado Máximo Error Relativo Posible (MPRE) desarrollado por Yang et al. (1995). El proceso establece un intervalo de valores donde los elementos de la matriz debe encontrarse. Esté método permite establecer un conjunto de reglas de localización para una mejor calibración de la matriz. Las reglas definidas están basadas en el porcentaje de vehículos que circulan por un determinado tramo. El autor propone tres reglas basándose en la intensidad de vehículos y la importancia del tramo con respecto al total de viajes.

Además de procedimientos basados en reglas, existen estudios de optimización para la localización de los detectores. Estos modelos de optimización dependen del modelo de calibración empleado y se distingue dos enfoques:

- Disponibilidad de información de intensidad de tráfico asociada a los tramos
- No disponibilidad de información de intensidad de tráfico asociada a los tramos

Ambos problemas no tienen solución única existiendo procedimientos voraces para su resolución.

3. Modelo de asignación

3.1. Descripción del modelo de asignación

La asignación de tráfico es el proceso que distribuye un conjunto conocido de viajes a una red de transporte. El proceso de asignación requiere como entrada una completa descripción del sistema de transporte y una matriz que describa los desplazamientos que se producen. Los resultados del procedimiento difieren del nivel de sofisticación del procedimiento de asignación, pero siempre incluye una estimación del volumen de tráfico y los tiempos de viaje en cada tramo o calle del sistema de transporte.

Los objetivos de la asignación de tráfico como parte del proceso de planificación son conocer las deficiencias en el actual sistema de transporte, mediante la asignación de la previsión futura de viajes al sistema actual, evaluar los efectos de las mejoras y las extensiones al sistema de transporte actual asignando a la red ampliada la previsión futura de viajes y establecer las prioridades de construcción asignando estimaciones de viajes para años intermedios.

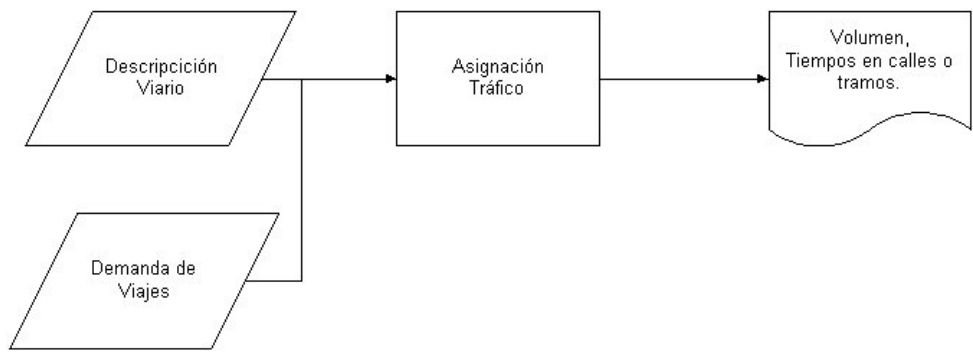


Figura 1. Proceso de asignación

Los primeros trabajos en asignación consistieron principalmente en la estimación de la diversificación del tráfico desde las calles y carreteras existentes hacia las nuevas y mejoradas arterias o autopista, basando en el tiempo de viaje y costes. La primera asignación realizada asumía que el tiempo de viaje y coste era independiente del flujo sobre los tramos, esto es conocido como asignación “todo o nada” que se describirá en el siguiente punto. Esta técnica ofrece resultados poco reales, no solo por que falla en reconocer que el tiempo de viaje y coste se incrementa cuando aumenta el flujo de vehículos sobre los tramos, sino que principalmente el hecho que todos los viajeros están localizados sobre rutas basándose en una media simple.

Posteriormente, a principios de la década de los 50 el conocimiento de como el conductor selecciona la ruta para desplazarse entre dos zonas estaba basado en la experiencia del ingeniero de transporte y el tiempo empleado en el desplazamiento. El análisis detallado del presente y futuro del transporte en áreas urbanas requería una mayor precisión y efectividad de los resultados obtenidos de la asignación, que necesitaba una gran cantidad de operaciones, y por ello era necesario disponer de ordenadores de gran potencia o bien procedimientos generales que redujeran el costo de la realización de la asignación.

Sobre 1957 surgen los primeros algoritmos eficientes para calcular caminos mínimos en un grafo, es decir encontrar solución al problema de ruta mínima, con coste en arcos.

J.G. Wardrop (1952), del laboratorio de desarrollo de carreteras publica un artículo donde se describe los dos principios de distribución de flujo en red: *El principio de equilibrio de usuario*, basado en el supuesto de “Todos los conductores selecciona la ruta que minimiza su coste de viaje” y *El principio de optimalidad del sistema* que indica que el tiempo total de viaje para todos los conductores es aquel que minimiza el tiempo total del sistema. Estos dos principios han sido ampliamente aceptados y se conoce como los principios de Wardrop.

M. J. Beckmann, (1956), formuló un problema de asignación de tráfico mediante modelos matemáticos. Empleando teoría de optimización no lineal, el modelo cumple las dos condiciones de Wardrop ofreciendo una solución convexa al problema de optimización no lineal.

El modelo básico de asignación es:

$$\text{Min } \sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(s) ds \tag{1}$$

sujeto a:

$$\sum_{r \in R_{pq}} h_{pqr} = d_{pq} \quad \forall (p, q) \in C \tag{2}$$

$$h_{pqr} \geq 0 \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in C \quad (3)$$

$$\sum_{(p,q) \in C} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqra} h_{pqr} = f_a \quad \forall a \in A \quad (4)$$

La ecuación (1) correspondiente a la función objetivo describe que el tiempo total empleado por todos los viajeros en el desplazamiento sobre el viario es mínimo (primer principio de Wardrop). A continuación la ecuación (2) establece que el número de viajes que se producen entre cada par origen-destino es la suma de los viajes realizados por cada una de las posibles rutas que conectan el origen con el destino, el grupo de ecuaciones (3) corresponde a la no negatividad de la cada ruta, por último la ecuación (4) implica que el número de viajes que circula por un tramo es la suma del número de vehículos que emplean la ruta que contiene el tramo especificado (segundo principio de Wardrop).

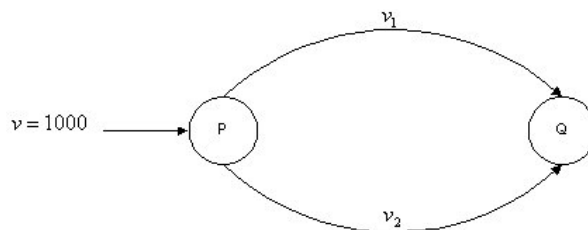
En 1956, M. Frank y P. Wolfe (1956) desarrollaron un algoritmo iterativo para obtener la solución convexa a problemas de optimización cuadrática. Cuando aplicaron los modelos de asignación de tráfico al algoritmo desarrollado, emplearon una asignación inicial “Todo o nada”, basándose en los tiempos de viaje, el volumen de tráfico existente y minimizar la función objetivo. Actualmente este algoritmo es un estándar en la planificación del transporte y lo describiremos en el siguiente apartado.

3.2. Algoritmo de asignación

El modelo descrito en el apartado anterior presenta serias dificultades para poder resolverlo mediante los procedimientos tradicionales de programación lineal. La función objetivo es una función no lineal pero las restricciones son lineales.

Las condiciones de optimalidad de este modelo coinciden con las condiciones de Kuhn-Tucker et al Larsson (1997) que expresan que la dirección de máxima mejora de la función objetivo sin restricciones ha de pertenecer al cono descrito por las direcciones de máxima inadmisibilidad de las restricciones.

La solución para el problema de asignación de tráfico es equivalente a resolver un problema donde el área bajo la curva volumen-retraso es minimizada. Por ejemplo, en la figura 1 donde una red está formada por 2 nodos origen y destino de los viajes respectivamente se puede obtener dos soluciones, en la gráfica de la izquierda se muestra una solución admisible mientras que la gráfica de la derecha muestra la solución óptima del problema.



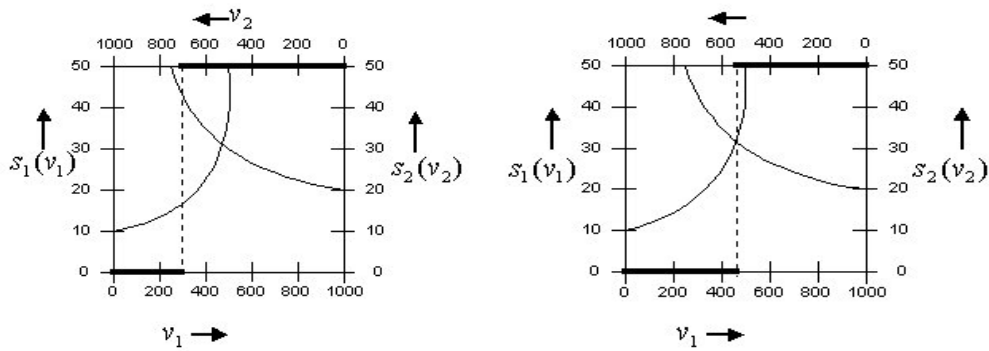


Figura 2. Solución gráfica al problema de asignación. Fuente Emme/2

El método de resolución del modelo de asignación se basa en el procedimiento de Frank y Wolfe (1956), desarrollado inicialmente para la resolver problemas cuadráticos convexo con restricciones lineales, pero es aplicable a cualquier problema de optimización cuya función objetivo sea pseudoconvexa y diferenciable.

La resolución del problema de asignación mediante el algoritmo de Frank-Wolfe se reduce a la resolución de una gran cantidad de problemas de ruta mínima, es decir el procedimiento debe calcular el camino mínimo desde todos los nodos origen hacia todos los nodos destinos. La figura 3 expone con mayor detalle del procedimiento de Frank-Wolfe aplicado al modelo de asignación de tráfico.

El procedimiento parte de una matriz de viajes ($A[i,j]$) que representa la demanda de movilidad entre las zonas, en cada iteración se obtiene la dirección de mejora de la función objetivo, Y_k , (Punto 1, figura 2) como la ruta mínima entre cada par origen-destino. Una vez obtenida la dirección de mejora es necesario ver el desplazamiento de la función objetivo (Factor de ponderación), siempre en el interior de la región de admisibilidad que delimita el conjunto de restricciones (Punto 2, figura 2).

La matriz de distancias contiene, para cada arco de la red, el tiempo o coste que emplea un vehículo en el desplazamiento. Los arcos o tramos están caracterizados por una función Volumen-Retraso, continua, creciente y dependiente de factores como el número de carriles, tipo de calzada, etc.. empleada para obtener el tiempo necesario en desplazarse por el tramo. El procedimiento se encarga de actualizar el tiempo empleado en cada tramo conocido el volumen de vehículos que circula por él, dato almacenado en la matriz de asignación, usando la función Volumen-Retraso correspondiente.

Finalmente, el algoritmo se detiene siguiendo dos criterios, el primero hace referencia al número de iteraciones que se realizan, el segundo atiende a la variación de la función objetivo.

4. Algoritmo de localización de detectores

En el siguiente apartado se describen varios métodos para la localización de detectores, los métodos descritos dependen del procedimiento de asignación, aunque alguno de ellos necesita una ampliación del algoritmo de asignación para poder aplicarlo.

El proceso de localización de detectores está basado en el proceso de asignación. En cada iteración del proceso de asignación se calculan las rutas mínimas entre cada par de zonas. Una

ruta está caracterizada por una serie de tramos que son los candidatos para la colocación de los dispositivos de detección.

El procedimiento de localización necesita ampliar el algoritmo de asignación, donde por cada tramo se obtiene el porcentaje de viajes con respecto a un par origen-destino que circula por el tramo. La ecuación 5 muestra la expresión empleada para conocer en que porcentaje sobre el volumen del tramo aporta un par de zonas. El parámetro δ representa que el camino que conecta un par origen-destino pasa por el tramo.

$$P_{i+1} = P_i(1 - F_p) + F_p \delta \quad (5)$$

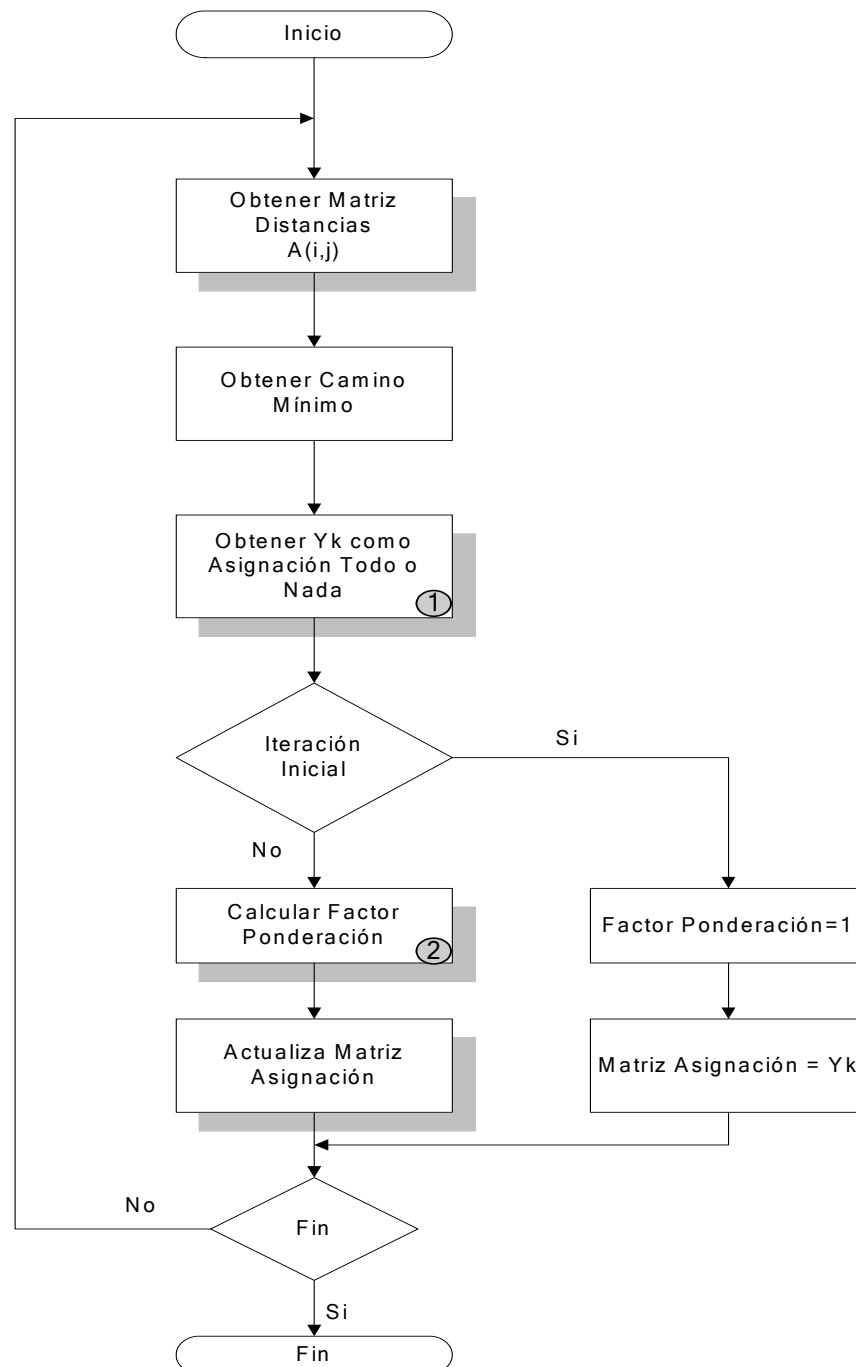


Figura 3. Algoritmo de resolución del problema de asignación

El porcentaje que aporta cada par origen destino a los tramos se actualiza en cada iteración del proceso de asignación (figura 4) mediante el producto del porcentaje obtenido en la iteración anterior por el incremento de mejora de la función objetivo (porcentaje de modificación de los flujos en cada tramo, siguiendo los dos principios de Wardrop).

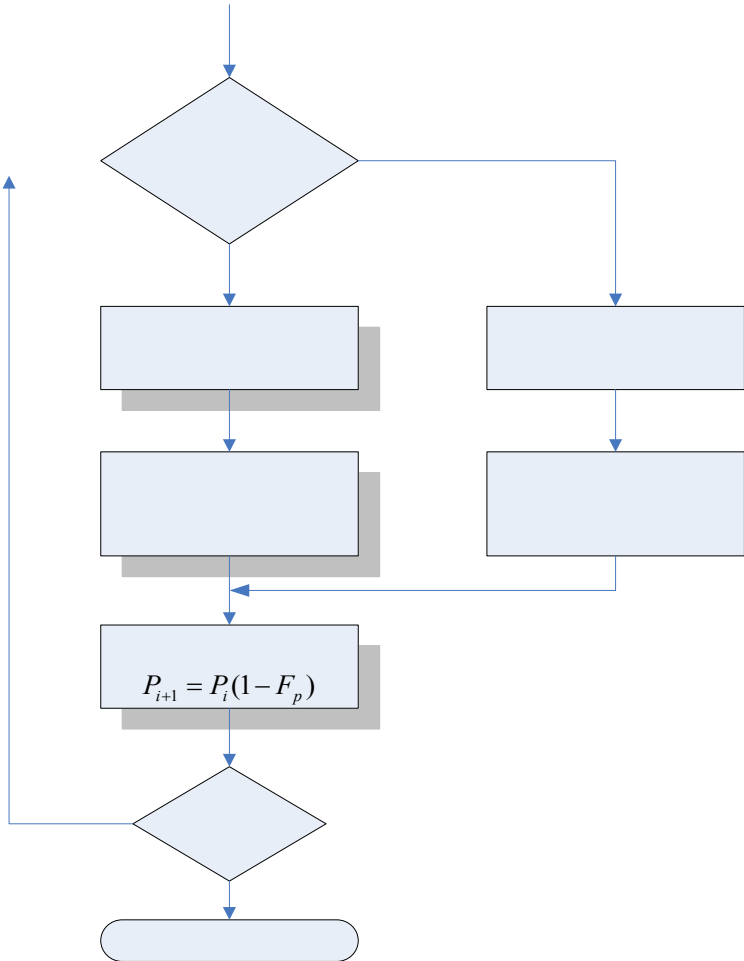


Figura 4. Procedimiento de obtención de porcentajes

Una vez finalizado el proceso de asignación se obtiene la matriz de porcentajes P_{ijp} . el procedimiento necesario para obtener los porcentajes totales en cada tramo requiere explorar todos los caminos entre cada par origen destino y actualizar según pase por los diferentes tramos.

Una vez conocido que porcentaje aporta cada zona a los tramos del viario, es posible establecer el criterio que defina el orden de la situación de detectores. El criterio seguido en este primer procedimiento se basa en calcular para cada tramo un coeficiente de evaluación basado en un parámetro de importancia del par origen-destino. Sea C_{ij} un matriz cuadrada de dimensión igual al numero de zonas definidas en el viario y que contiene los coeficientes de prioridad dado a cada par de zonas. Sea P_{ijp} el porcentaje que aporta el par de zonas (i,j) al tramo p . Para cada tramo del viario se obtiene el coeficiente de importancia como la suma del producto de los coeficientes entre cada par de zonas y el porcentaje que aporta al tramo.

$$T_p = \sum_i^n \sum_j^n C_{ij} \times P_{ijp} \quad (5)$$

El coeficiente de prioridad de zonas puede ser expresado como el porcentaje de viajes con respecto al total que supone los viajes entre dos zonas. Así mismo, esta expresión puede ser modificada dependiendo de las preferencias a seguir.

$$C_{ij} = \frac{D_{ij}}{\sum_i^n \sum_j^n D_{ij}} \quad (6)$$

Una vez conocido el coeficiente de importancia de cada tramo se seleccionan aquellos tramos con mayor coeficiente.

El segundo criterio se basa en el número de caminos y en la intensidad que transcurre por cada tramo.

$$T_p = P_1 \frac{Nc_p}{Nc_{\max}} + P_2 \frac{F_p}{F_{\max}} \quad (8)$$

Donde, Nc_p y Nc_{\max} son, respectivamente, el número de caminos que pasan por el tramo y el número máximo de caminos que pasa por un tramo del viario, F_p y F_{\max} corresponden al flujo o intensidad e intensidad máxima en un tramo. El coeficiente de importancia depende del número de caminos que pasan por el tramo con respecto al total de caminos y del flujo que transcurre por el tramo con respecto al flujo máximo en el viario. Además, se incorpora dos parámetros de calibración, P_1 y P_2 que es empleado para priorizar el factor que tenga mayor repercusión en la selección del tramo.

El último criterio pretende combinar los flujos que pasan por el tramo, el número de caminos y los porcentajes que aporta con respecto al par origen-destino. La ecuación muestra como el coeficiente de importancia se define como el porcentaje de viajes que aporta cada camino con respecto al número total de viajes en el viario.

$$T_p = \frac{\sum_i^{Nc_p} \frac{P_{ci,cj} \times F_p}{D_{ci,cj}}}{\sum_i^n \sum_j^n D_{ij}} \quad (9)$$

donde, $P_{ci,cj}$ representa el porcentaje de vehículos con respecto al flujo total que aporta el par origen-destino (i,j), $D_{ij}, D_{ci,cj}$ la demanda de viajes entre la zona i y la zona j y F_p es la intensidad o flujo en el tramo p.

5. Ejemplo ilustrativo

El siguiente ejemplo (figura 5) muestra la aplicación del método para un escenario formado por 13 tramos y 10 nodos. Este escenario presenta dos nodos origen (nodos 0 y 1) y dos nodos destino (nodos 8 y 9). El número de viajes que parten del nodo 0 es 300 y del nodo 1 de 1500, así mismo el número de viajes atraídos por el nodo 8 son de 1200 mientras que los atraídos

por el nodo 9 son 600. Las intensidades de tráfico obtenidas después del proceso de asignación son mostradas en cada uno de los tramos, junto con el número de caminos que pasa por cada tramo.

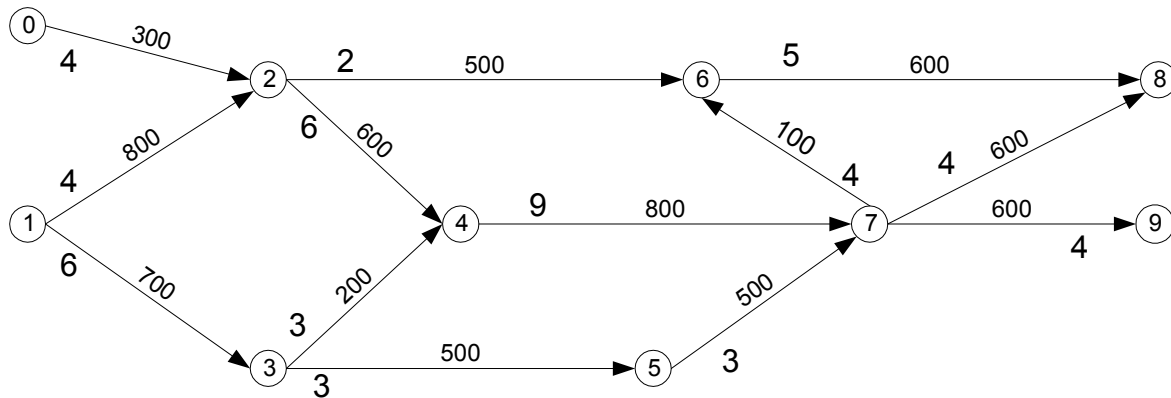


Figura 5. Procedimiento de obtención de porcentajes

A partir de las rutas obtenidas se obtiene los porcentajes de intervención de cada par origen destino (Figura 6).

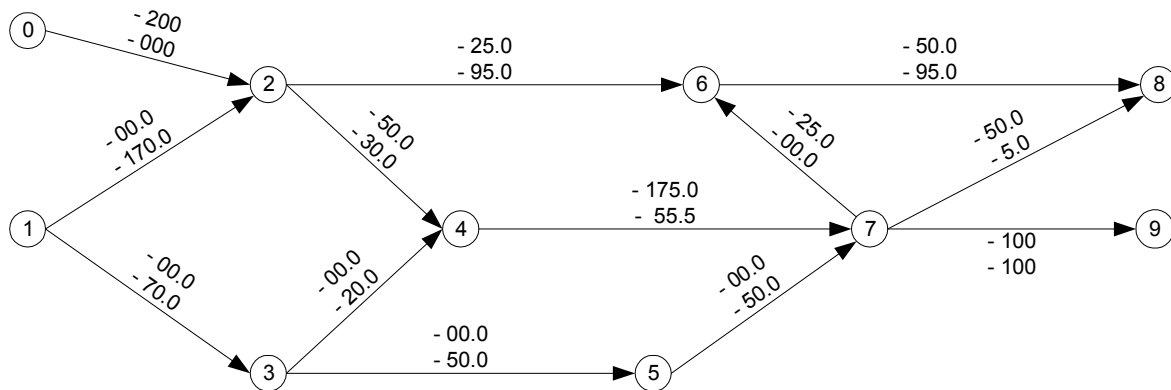


Figura 6. Procedimiento de obtención de porcentajes

A partir de los porcentajes es posible aplicar la primera de las expresiones para determinar cuales son los tramos candidatos para la localización de un detector. Se ha considerado que todos los pares origen-destino presentan un coeficiente de importancia igual a 1. En la aplicación del criterio número dos los parámetros P_1 y P_2 se han considerado la unidad.

Tabla 1. Coeficiente de selección de tramos

Tramo		Porcentaje (criterio 1)	Porcentaje (criterio 2)
Nodo Origen	Nodo Destino		
0	2	200	0.89
1	2	170	1.44
1	3	70	1.54
2	4	80	1.41
2	6	120	0.84
3	4	20	0.58
3	5	50	0.95
4	7	230	2
5	7	50	0.95

6	8	145	1.30
7	6	25	0.56
7	8	55	1.19
7	9	200	1.19

La tabla 1 muestra los coeficientes de selección (empleando el primer y segundo criterio). Las filas sombreadas pertenecen a tramos conectores donde no es posible colocar un dispositivo de detección ya que son tramos ficticios empleados para incorporar viajes al viario.

Referencias

- Beckmann, M. J., C. B. McGuire, and C. B. Winsten (1956). *Studies in the Economics of Transportation*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Bierlaire M. (1995) *Mathematical models for transportation demand analysis*. Thesis. Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix de Namur. Faculte des Sciences. Département de Mathématique.
- Emme/2, Release 9. Inro Consultants inc. Canada. Capítulo 6
- F. Jiménez; D. Canca; J. Racero ;J A. Parejo; I. Eguía (2004); *Calibración de matrices origen destino a partir del análisis del proceso de asignación de tráfico VI Congreso de Ingeniería del transporte (CIT 2004)*. Editorial: Emilio Larrodé, Luis Castejón pp. 743-750. ISBN 84-609-1360-0
- Frank, M. and P. Wolfe (1956). An algorithm for quadratic programming. *Naval research logistics quarterly* 3 (1-2), 95-110.
- Lam, W, Lo, H. (1990) Accuracy of O-D estimates from traffic counts. *Traffic Engineering and Control* 31, 358-367.
- Larsson, T. and Patriksson, M. (1992). Simplicial decomposition with disaggregated representation for the traffic assignment problem. *Transportation Science*, 26 , 4-17.
- Larson, T. Patriksson, M. (1999) Side constrained traffic equilibrium models-analysis computation and applications. *Transportation Research*, 33B, pp 233-264
- Patriksson, M. (1994). *The Traffic Assignment Problem, Models and Methods*, VSP, Utrecht, NL.
- Racero J. (2002) *Técnicas de simulación y planificación de transporte para el estudio de problemas de tráfico en entornos urbanos y metropolitanos*. Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas.
- Spiess H. (1990) A gradient approach for the O-D matrix Adjustment problem. Emme/2 Support Center. Publication #693, Centre of Research on Transportation, University of Montreal.
- Wardrop, J. G. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part II* 1, 325-378
- Yang, H. (1995) Heuristic algorithms for bilevel origin-destination matrix estimation problem. *Transportation Research* 29B, 231-242.
- Yang H. (1998) Optimal traffic counting locations for origin-destination matrix estimation. *Transportation Research B Vol* 32, No. 2, pp. 109-126.