

Reasignación de los niveles de emisiones contaminantes usando DEA

Gabriel Villa Caro, Fernando Guerrero López, Jesús Racero Moreno, José Manuel García Sánchez y Fernando Jiménez Canelada

¹ Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas. Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. Camino de los Descubrimientos, 41092 Sevilla. gvilla@esi.us.es, fergue@esi.us.es, jrm@esi.us.es, jmgs@esi.us.es, canelada@esi.us.es

Palabras clave: DEA, emisión de contaminantes, reasignación centralizada de recursos.

1. Introducción

Aunque la herramienta DEA es utilizada generalmente para medir la eficiencia de un conjunto de unidades (DMUs) independientes (ver Cooper et al. (2000)), también puede ser utilizada desde un punto de vista centralizado en el cual las unidades son conjuntamente proyectadas sobre la frontera eficiente con un criterio de carácter común (Lozano y Villa (2004) y Lozano et al. (2004)). En este trabajo se introduce un nuevo modelo DEA para el problema de asignación de los niveles permitidos de emisión de contaminantes. El modelo utiliza como salida la producción de la planta y como entradas los recursos consumidos y los niveles de emisión de un número de contaminantes relevantes. El procedimiento propuesto constará de tres fases cuyos objetivos son: maximizar la producción agregada, minimizar el total de emisiones y minimizar el consumo de otros recursos diferentes a los contaminantes.

2. Modelo de reasignación de emisiones

Se considerará en adelante que una DMU corresponde a las diferentes plantas emisoras de contaminantes en estudio. Las entradas del problema DEA serán los recursos utilizados así como los niveles de contaminantes, puesto que se pretende minimizar dichas cantidades. Por otro, lado las salidas serán las diferentes producciones generadas por cada planta.

Por tanto, sea:

Datos:

- n número de plantas (DMUs) en estudio.
- j,r índices para las plantas.
- i índices para las entradas.
- k índices para las salidas.
- IF conjunto de entradas fijas (no discrecionales)
- IC conjunto de entradas que corresponden a la emisión de contaminantes
- x_{ij} cantidad de entrada i consumida por la unidad DMU j
- y_{kj} cantidad de salida k producida por DMU j

Variables:

- $(\lambda_{1r}, \lambda_{2r}, \dots, \lambda_{nr})$ vector para la proyección de DMU r
- \hat{x}_{ir} objetivo de la entrada i para la DMU r

\hat{y}_{kr} objetivo de la salida k para la DMU r

Al igual que en el trabajo de Brännlund (1995), en este artículo se asumirá un conjunto convexo de posibilidades de producción con retornos de escala no crecientes (NIRS en notación DEA, ver Cooper et al. 2000), con lo que resulta que

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{jr} \leq 1 \quad \forall r \quad (1)$$

Hay una serie de restricciones que deben ser introducidas de forma general en el modelo que proponemos:

-La cantidad que el modelo proporcione de cada una de las salidas no podrá decrecer para ninguna de las plantas en estudio:

$$\hat{y}_{kr} \geq y_{kr} \quad \forall r \quad \forall k \quad (2)$$

-El nivel total de emisiones no podrá exceder el nivel actual para cualquiera de los contaminantes:

$$\sum_{r=1}^n \hat{x}_{ir} \leq \sum_{r=1}^n x_{ir} \quad \forall i \in I_C \quad (3)$$

-Las plantas no podrán incrementar en la solución propuesta por el modelo ninguno de sus recursos:

$$\hat{x}_{ir} \leq x_{ir} \quad \forall i \notin I_C \quad (4)$$

Se han considerado tres objetivos a satisfacer: maximizar la producción conjunta de las plantas en estudio (O1)

$$O1 \equiv \text{Maximizar} \quad \sum_k \frac{\sum_r \hat{y}_r}{\sum_r y_r} \quad (5)$$

minimizar el total de las emisiones producidas (O2)

$$O2 \equiv \text{Minimizar} \quad \sum_{i \in I_C} \frac{\sum_r \hat{x}_{ir}}{\sum_r x_{ir}} \quad (6)$$

y minimizar el consumo de recursos no fijos distintos a las emisiones contaminantes (O3).

$$O3 \equiv \text{Minimizar } \sum_{\substack{i \in I_F \\ i \notin I_C}} \sum_r \frac{\hat{x}_{ir}}{x_{ir}} \quad (7)$$

Una característica fundamental de las funciones objetivo expuestas es que son invariantes ante las unidades de medida, debido a que se han construido con ratios. Sin embargo, la prioridad que se le dé a las expresiones (5), (6) y (7) dependerá del analista. Para contemplar la posibilidad de permutar la importancia de los objetivos expuestos, se han desarrollado dos modelos que han sido denominados en el artículo primera y segunda alternativa.

La primera alternativa consiste en un modelo DEA con tres fases que soluciona el problema planteado con el siguiente ordenamiento de las funciones objetivo: O1; O2; O3. La segunda alternativa que se presenta es un modelo DEA similar al anterior que, en esta ocasión, soluciona el problema planteado con el siguiente ordenamiento de las funciones objetivo: O2; O1; O3.

2.1. Primer modelo propuesto (alternativa 1)

Sean:

- γ_k factor de incremento del total de producción de la salida k
- θ_i factor de reducción del total de emisión i ($i \in IC$)
- β_{ir} factor de reducción del recurso i ($i \notin IC$) para la DMU r

Fase I:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} && \sum_k \gamma_k \\ &\text{s.t.} && \\ &\sum_j \lambda_{jr} x_{ij} = \hat{x}_{ir} && \forall i \forall r \\ &\sum_j \lambda_{jr} y_{kj} = \hat{y}_{kr} && \forall k \forall r \\ &\sum_j \lambda_{jr} \leq 1 && \forall r \\ &\hat{x}_{ir} \leq x_{ir} && \forall i \notin I_C \quad \forall r \\ &\sum_r \hat{x}_{ir} \leq \sum_r x_{ir} && \forall i \in I_C \\ &\hat{y}_{kr} \geq y_{kr} && \forall r \forall k \\ &\sum_r \hat{y}_{kr} \geq \gamma_k \sum_r y_{kr} && \forall k \\ &\lambda_{jr}, \hat{x}_{ir}, \hat{y}_{kr} \geq 0 && \forall i \forall j \forall k \forall r \end{aligned} \quad (8)$$

Este modelo intenta maximizar la suma porcentual de los incrementos en el total de la producción, sujeto a que ninguna planta pierda salida, que el total de las emisiones no se vean incrementado, y que ninguna planta pueda incrementar sus recursos no contaminantes.

A partir de ahora se denotará como y_{kr}^* valor óptimo de la producción de la planta r en (8), y como γ_k^* su correspondiente factor de aumento para la salida k en la solución óptima. Como la solución actual es admisible en (8) y su función objetivo es igual al número de salidas, es decir:

$$\sum_k \frac{\sum_r y_{kr}}{\sum_r y_{kr}} = s \quad (9)$$

el valor óptimo de la función objetivo será mayor que s :

$$\sum_k \gamma_k^* \geq s \quad (10)$$

Fase II:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \sum_{i \in I_C} \theta_i \\ &\text{s.t.} \\ &\sum_j \lambda_{jr} x_{ij} = \hat{x}_{ir} \quad \forall i \forall r \\ &\sum_j \lambda_{jr} y_{kj} = \hat{y}_{kr} \quad \forall k \forall r \\ &\sum_j \lambda_{jr} \leq 1 \quad \forall r \\ &\hat{x}_{ir} \leq x_{ir} \quad \forall i \notin I_C \quad \forall r \\ &\sum_r \hat{x}_{ir} \leq \theta_i \sum_r x_{ir} \quad \forall i \in I_C \\ &\hat{y}_{kr} \geq y_{kr} \quad \forall r \forall k \\ &\sum_r \hat{y}_{kr} \geq \sum_r y_{kr}^* \quad \forall k \\ &\lambda_{jr}, \hat{x}_{ir}, \hat{y}_{kr} \geq 0 \quad \forall i \forall j \forall k \forall r \\ &0 \leq \theta_i \leq 1 \quad \forall i \in I_C \end{aligned} \quad (11)$$

Este modelo maximiza el total de la suma de las reducciones de emisión desde los niveles iniciales, sujeto a que ninguna planta pierda producción, que el total de las emisiones no se vea incrementado, que ninguna planta incremente los recursos distintos a emisiones y que el total de la producción no sea inferior al máximo obtenido en la Fase I.

Si es el valor óptimo de la reducción total de la emisión 'i' en (11),

Fase III:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \sum_{\substack{i \in I_F \\ i \in I_C}} \sum_r \beta_{ir} \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_j \lambda_{jr} x_{ij} = \hat{x}_{ir} \quad \forall i \forall r \\
 & \sum_j \lambda_{jr} y_{ij} = \hat{y}_r \quad \forall r \\
 & \sum_j \lambda_{jr} \leq 1 \quad \forall r \\
 & \hat{x}_{ir} = \beta_{ir} x_{ir} \quad \forall i \notin I_C \quad \forall r \\
 & \sum_r \hat{x}_{ir} \leq \theta_i^* \sum_r x_{ir} \quad \forall i \in I_C \\
 & \hat{y}_r \geq y_r \quad \forall r \\
 & \sum_r \hat{y}_r \geq \sum_r y_r^* \\
 & \lambda_{jr}, \hat{x}_{ir}, \hat{y}_r \geq 0 \quad \forall i \forall j \forall r \\
 & 0 \leq \beta_{ir} \leq 1 \quad \forall i \notin I_C \quad \forall r
 \end{aligned} \tag{12}$$

Este modelo busca maximizar la medida de eficiencia de entrada de Russell (Färe et al. 1983 y 1985) correspondiente a la reducción media máxima de todos los recursos no discrecionales diferentes de las emisiones sujeto a que ninguna planta pierda producción, que el total de las emisiones no se vea incrementado, que el total de la producción no sea inferior al máximo obtenido en la Fase I y que el total de las emisiones no sea mayor que el mínimo obtenido en la Fase II.

2.2. Segundo modelo propuesto (alternativa 2)

En esta segunda alternativa, las prioridades relativas de maximizar la producción y minimizar el total de emisiones son permutadas, manteniendo intacta la tercera fase. En este caso, los modelos para la primera y segunda fase serían los siguientes.

Fase I:

$$\begin{aligned}
& \text{Minimizar} \quad \sum_{i \in I_C} \theta_i \\
& \text{s.t.} \\
& \sum_j \lambda_{jr} x_{ij} = \hat{x}_{ir} \quad \forall i \forall r \\
& \sum_j \lambda_{jr} y_{kj} = \hat{y}_{kr} \quad \forall k \forall r \\
& \sum_j \lambda_{jr} \leq 1 \quad \forall r \\
& \hat{x}_{ir} \leq x_{ir} \quad \forall i \notin I_C \quad \forall r \\
& \sum_r \hat{x}_{ir} = \theta_i \sum_r x_{ir} \quad \forall i \in I_C \\
& \hat{y}_{kr} \geq y_{kr} \quad \forall r \forall k \\
& \lambda_{jr}, \hat{x}_{ir}, \hat{y}_{kr} \geq 0 \quad \forall i \forall j \forall k \forall r \\
& 0 \leq \theta_i \leq 1 \quad \forall i \in I_C
\end{aligned} \tag{13}$$

Fase II:

$$\begin{aligned}
& \text{Maximizar} \quad \sum_k \gamma_k \\
& \text{s.t.} \\
& \sum_j \lambda_{jr} x_{ij} = \hat{x}_{ir} \quad \forall i \forall r \\
& \sum_j \lambda_{jr} y_{kj} = \hat{y}_{kr} \quad \forall k \forall r \\
& \sum_j \lambda_{jr} \leq 1 \quad \forall r \\
& \hat{x}_{ir} \leq x_{ir} \quad \forall i \notin I_C \quad \forall r \\
& \sum_r \hat{x}_{ir} \leq \theta_i^* \sum_r x_{ir} \quad \forall i \in I_C \\
& \hat{y}_{kr} \geq y_{kr} \quad \forall r \forall k \\
& \sum_r \hat{y}_{kr} \geq \gamma_k \sum_r y_{kr} \quad \forall k \\
& \lambda_{jr}, \hat{x}_{ir}, \hat{y}_{kr} \geq 0 \quad \forall i \forall j \forall k \forall r
\end{aligned} \tag{14}$$

donde ahora θ_i^* es el valor óptimo del factor de reducción de emisión ‘i’ conseguido en (13).

2.3. Características del modelo

Hay que decir que el modelo es lo suficientemente versátil como para introducir ciertas modificaciones en las alternativas presentadas. Por ejemplo, si se quiere dar un peso relativo diferente u_k a las diferentes producciones a maximizar, sólo hay que sustituir la función objetivo por:

$$\text{Maximizar} \quad \sum_k u_k \gamma_k \quad (15)$$

De forma similar, si se desea establecer pesos relativos v_i a los diferentes recursos:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in I_C} v_i \theta_i \quad (16)$$

Las emisiones no discrecionales también pueden ser reducidas con diferentes pesos w_i :

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{\substack{i \notin I_F \\ i \in I_C}} w_i \sum_r \beta_{ir} \quad (17)$$

Otros elementos que pueden ser fácilmente incorporados son las cotas (tanto superiores como inferiores) en la cantidad de los recursos y productos que el modelo calcula como óptimos.

$$\begin{aligned} \gamma_k^{\min} &\leq \gamma_k \leq \gamma_k^{\max} \\ \theta_i^{\min} &\leq \theta_i \leq \theta_i^{\max} \quad i \in I_C \\ \beta_i^{\min} &\leq \beta_{ir} \leq \beta_i^{\max} \quad i \notin I_C \quad i \notin I_F \end{aligned} \quad (18)$$

Cuando dichas cotas son calculadas en términos absolutos, las expresiones quedarían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Y_k^{\min} &\leq \sum_r \hat{y}_{kr} \leq Y_k^{\max} \\ X_i^{\min} &\leq \sum_r \hat{x}_{ir} \leq X_i^{\max} \quad i \in I_C \\ X_i^{\min} &\leq \hat{x}_{ir} \leq X_i^{\max} \quad i \notin I_C \quad i \notin I_F \end{aligned} \quad (19)$$

Aunque el modelo propuesto permite la consideración de estas cotas, se debe tener cuidado con su utilización ya que reducen la región de admisibilidad del problema y, por tanto, siempre empeorarán los valores óptimos de la función objetivo. Por tanto sólo deberían ser incluidos cuando sean completamente imprescindibles.

Por último, hay que recalcar que el modelo propuesto realiza un análisis de eficiencia técnica, no conteniendo ninguna información sobre los precios ni costes de los productos y recursos involucrados en el proceso respectivamente. Sin embargo, pueden ser incluidos mediante la introducción de pesos relativos tal y como se ha mencionado anteriormente.

3. Aplicación a industrias de papel y cartón.

En este apartado se aplican las técnicas propuestas a la industria sueca papel y cartón usando los mismos recursos y salidas que en el trabajo de Brännlund et al (1998), es decir:

Entradas:

- Trabajo (L)
- Fibra de madera (WF)
- Energía (E)
- Capital fijo (FC)
- Demanda biológica de oxígeno (BOD)
- Demanda química de oxígeno (COD)
- Sólidos en suspensión (SS)

Salida:

- Producción de cartón (PP)

Los conjuntos de recursos considerados fijos y las emisiones son respectivamente $I_F = \{FC\}$ y $I_C = \{BOD, COD, SS\}$. A diferencia de los trabajos de Brännlund et al (1995) y Brännlund et al (1998), nuestro modelo no necesita del conocimiento de los precios y costes asociados a las producciones y recursos del problema. Sin embargo, y con objeto de ilustrar el modelo, se usarán los mismos datos de entrada y salida y se compararán con los resultados obtenidos de maximizar el beneficio. Además, se asumirá que actualmente cada planta tiene una emisión permitida por cada contaminante que es igual a su actual nivel de emisión para ese contaminante (ver Brännlund et al (1998)).

El número de plantas es 41 y, para cada planta, se manejan datos de dos años consecutivos. Se considerará cada año de forma independiente (se resolverán los modelos (11)-(14) dos veces). La tabla 1 muestra los valores óptimos de las funciones objetivos O1, O2 y O3 así como los factores de reducción de cada contaminante.

Tabla 1. Valores de las funciones objetivo para los métodos propuestos frente al modelo de Brännlund

Año	Modelo	O1	θ_{BOD}	θ_{COD}	θ_{SS}	O2	O3
1	Alternativa 1	1,07037	0,89094	0,88732	0,76148	2,53974	115,24418
	Alternativa 2	1,00000	0,54474	0,58620	0,53184	1,66278	108,69783
	Max. ingreso	1,05130	0,71361	0,69536	0,65764	2,06661	73,19470
2	Alternativa 1	1,31819	0,38306	0,48664	0,38895	1,25865	103,56624
	Alternativa 2	1,00000	0,15610	0,21167	0,14873	0,51650	79,30033
	Max. ingreso	1,31606	0,42410	0,49752	0,42362	1,34524	73,42523

Como se esperaba, la solución de Brännlund obtiene peores valores que las funciones objetivos propuestas por ambas alternativas. Sin embargo, examinando los beneficios, ocurre lo contrario, como puede observarse en la tabla 2, donde se muestra los valores de Brännlund y los beneficios correspondientes a las dos alternativas propuestas.

Tabla 2. Valores de ingreso, costes y beneficios para los métodos propuestos frente al modelo de Brännlund

Año	Modelo	Δ Ingreso	Δ Coste	Δ Beneficio	Δ Beneficio(%)
1	Alternativa 1	2.882.760.214	-1.097.528.013	3.980.288.227	19,75
	Alternativa 2	79.277	-2.365.700.819	2.365.780.096	11,74
	Max. benef.	2.142.439.847	-5.524.212.151	7.666.651.998	38,05
2	Alternativa 1	11.656.811.324	-6.170.096.415	17.826.907.739	118,39
	Alternativa 2	-16.444	-9.648.794.543	9.648.778.099	64,08
	Max. benef.	11.576.914.593	-8.963.832.651	20.540.747.244	136,41

La razón por la cual el método propuesto no obtendrá en general el máximo beneficio es que, como no usa información de precios, tanto los incrementos relativos de cualquier salida como

las reducciones relativas de cada entrada no discrecional distinta de las emisiones valen lo mismo. En la tabla 3 se muestran los resultados obtenidos por ambos modelos cuando son usados los datos de costes y precios a modo de pesos relativos.

Tabla 3. Valores de ingreso costes y beneficio usando pesos relativos frente a Brännlund

Año	Modelo	ΔIngreso	ΔCoste	ΔBeneficio	ΔBeneficio(%)
1	Alternativa 1	2.882.773.256	-1.097.520.160	3.980.293.415	19.75
	Alternativa 2	65.841	-2.365.674.145	2.365.739.986	11.74
	Max. benef.	2.142.439.847	-5.524.212.151	7.666.651.998	38.05
2	Alternativa 1	11.656.811.324	-6.170.096.415	17.826.907.739	118.39
	Alternativa 2	-16.444	-9.648.794.543	9.648.778.099	64.08
	Max. benef.	11.576.914.593	-8.963.832.651	20.540.747.244	136.41

Hay que hacer notar que los beneficios han incrementado respecto a la situación anterior, aunque siguen sin alcanzar el valor óptimo. Esto es debido a que existe una importante segunda razón por la cual el método propuesto no dará en general el máximo beneficio: en ambas alternativas (especialmente en la alternativa 2) se intenta reducir el total de emisiones tanto como sea posible, dándole prioridad sobre la reducción de otros inputs (y en la alternativa 2 incluso sobre el aumento de los outputs). Es decir, como es natural, buscar reducciones de emisiones implica menoscabar algunos incrementos de beneficios.

4. Resumen y conclusiones.

En este artículo se ha presentado un modelo DEA centralizado de asignación en presencia de ciertos productos que, por sus características perniciosas, deben ser minimizados. Concretamente se especifica al problema de asignación de los niveles permitidos de emisión de contaminantes. Se han introducido dos alternativas en función de las preferencias de los objetivos del analista: la primera establece como objetivo principal maximizar la producción conjunta de las plantas, y como objetivos secundarios la minimización del total de las emisiones de contaminantes generadas en la producción y de la utilización de los demás recursos respectivamente. Por otra parte, la segunda alternativa establece como principal objetivo la disminución de producción de contaminantes, dejando la maximización de la producción y la minimización del resto de recursos en una segunda etapa. Los modelos resultan ser lo suficientemente versátiles como para incorporar no sólo restricciones de cotas en producciones y recursos, sino pesos relativos que afecten a las amplificaciones de cada producción generada y/o a las disminuciones de cada recurso utilizado (incluyendo las propias emisiones).

Cuando ambas alternativas han sido comparadas con el modelo propuesto por Brännlund, se ha obtenido un mejor resultado en amplificaciones del total de la producción (manteniendo el nivel de contaminantes constantes) y en disminuciones totales de emisiones y recursos utilizados, sin empeorar la producción total existente. Sin embargo Brännlund arroja mejores resultados económicos, incluso cuando los modelos propuestos consideran pesos relativos a modo de precios.

En conclusión, aunque el método propuesto es ligeramente más complejo (ambas alternativas están compuestas por tres fases), que el método de máximo beneficio de Brännlund et al. (1998), sin embargo representa un mejor balance entre la maximización de beneficios que las compañías buscan y los intereses medioambientales que la sociedad demanda.

Agradecimientos

No podemos concluir este trabajo sin agradecer, primero la desinteresada colaboración del profesor Runar Brännlund (Department of Economics, Umeå University, Suecia) al proporcionarnos los datos con los que hemos realizado la aplicación y por el interés mostrado por los modelos desarrollados, y segundo la inestimable ayuda del profesor Sebastián Lozano (Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas, Universidad de Sevilla), que ha participado de forma esencial en esta investigación.

Referencias

- Brännlund, R., Färe, R. y Grosskopf, S. (1995). Environmental Regulation and Profitability: An Application to Swedish Pulp and Paper Mills, *Environmental and Resource Economics*, Vol. 6, pp. 23-36.
- Brännlund, R., Chung, Y., Färe, R. y Grosskopf, S. (1998). Emissions Trading and Profitability: The Swedish Pulp and Paper Industry, *Environmental and Resource Economics*, Vol. 12, pp. 345-356.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M. y Tone, K. (2000). *Data envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Ed. Kluwer Academic Publishers.
- Färe, R., Lovell, C.A.K. y Zieschang, K. (1983). Measuring the technical efficiency of multiple output production technology, en: *Quantitative Studies on Production and Prices*. Ed. W. Eichhorn, K. Neumann, R. Shepard. Physica-Verlag, Wurzburg, pp. 159-171.
- Färe, R., Grosskopf, S. y Lovell, C.A.K. (1985). *The measurement of efficiency of production*. Kluwer-Nijhoff Publishing, Dordrecht.
- Lozano, S. y Villa G. (2004). Centralized Resource Allocation using Data Envelopment Analysis, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 22:1, pp. 143-161.
- Lozano, S., Villa, G. y Díaz, A. (2004). Centralised target setting for regional recycling operations using DEA, *OMEGA*, Vol. 32, pp. 101-110.