

Comparación del método ELECTRE III y PROMETHEE II: Aplicación al caso de un automóvil

Ángel M. Gento¹, Alfonso Redondo²

¹ Dpto. de Organización de Empresas y CIM. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid. Paseo del Cauce s/n 47011 Valladolid. gento@eis.uva.es

² Dpto. de Organización de Empresas y CIM. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid. Paseo del Cauce s/n 47011 Valladolid. redondo@eis.uva.es

Palabras clave: toma de decisiones multiatributo, incertidumbre

1. Introducción

Enfrentado a una elección, el decisor desea encontrar la solución más óptima. Sin embargo, la mayoría de los problemas de decisión son multicriterios. En efecto, sea una problemática industrial, financiera, económica o política, la ordenación de las soluciones es siempre un problema complejo y aburrido. Por eso necesitamos herramienta de ayuda a la toma de decisión con el fin de obtener la mejor solución de compromiso.

Con este fin existen herramientas multicriterio que permiten tener en cuenta la diversidad de las soluciones. Se diferencian por la información más o menos sofisticada que debe proporcionar el responsable. Entre las diferentes metodologías existentes se van a comparar los resultados proporcionados por los métodos Electre III (desarrollados por Bernard Roy y sus colaboradores) y Promethee (desarrollado por Jean-Pierre Brans) para la problemática de elección de un automóvil.

2. Toma de decisiones multicriterio

La toma de decisiones es parte de nuestra vida diaria y ciertamente de la de los directivos. Un denominador común a muchos de estos procesos de toma de decisiones es su solución contingente, es decir, múltiples criterios normalmente contrapuestos. La complejidad es algo que no puede evitarse en la mayoría de las tomas de decisiones (Keeney, 1982). El proceso de obtener y combinar la información disponible es una tarea difícil de realizar y que requiere el conocimiento de las diferentes alternativas, así como de sus consecuencias.

En general, los decisores pueden ser relativamente variados, por lo tanto la ayuda a la decisión no se puede ejercer globalmente y sobre la base de un único modelo a seguir por todos los decisores del proceso. Además el sistema de valores no es el mismo para dos decisores.

A continuación se muestran las características más importantes de los métodos elegidos de comparación.

2.1. Métodos Promethee

Los métodos PROMETHEE fueron propuestos por primera vez en el año 1982 (J.P. Brans, 1982). Desde entonces se han realizado numerosos desarrollos y adaptaciones complementarias a dichos métodos

Los métodos PROMETHEE ayudan al decisor tanto en problemas de elección como en problemas de clasificación y se basan en tres etapas:

1. Enriquecimiento de la estructura de preferencia: Esta etapa es esencial. La noción de criterio generalizado, definido a partir de una función de preferencia, se introduce con el fin de tener en cuenta la amplitud de la diferencia existente entre las evaluaciones de dos alternativas según los distintos criterios. Esta noción es fácilmente comprensible para el decisor, debido a que todos los parámetros que se necesitan para definir de forma correcta los criterios tienen una interpretación física o económica.
2. Enriquecimiento de la relación de dominancia: Tiene en cuenta el conjunto de criterios propuestos. Para cada par de acciones, se establece un índice de preferencia global de una acción sobre la otra.
3. Ayuda a la decisión: el método PROMETHEE I permite obtener un ordenamiento parcial de las alternativas.

Podemos definir de qué manera preferiremos una alternativa a otra utilizando la función $P_j(a, b)$ llamada función de preferencia para el criterio j , que se basa en la diferencia existente entre dos evaluaciones: $d_j(a, b) = f_j(a) - f_j(b)$.

Esta función de preferencia tiene las siguientes características:

$P_j(a, b) = 0$	si	$d_j(a, b) \leq 0$	No preferencia
$P_j(a, b) \approx 0$	si	$d_j(a, b) > 0$	Preferencia débil
$P_j(a, b) \approx 1$	si	$d_j(a, b) \gg 0$	Preferencia fuerte
$P_j(a, b) = 1$	si	$d_j(a, b) \gg \gg 0$	Preferencia estricta

El par $\{f_j(\cdot), P_j(a, b)\}$ se denomina criterio generalizado asociado al criterio $f_j(\cdot)$.

Si $d_j(a, b) \leq 0$, $P_j(a, b)$ es nulo, pero $P_j(b, a)$ puede ser positivo. A fin de considerar toda la recta real, y no sólo la parte positiva, se introduce la función de preferencia $H_j(d_j)$:

$H_j(d_j) = P_j(a, b)$	si	$d_j(a, b) > 0$
$H_j(d_j) = 0$	si	$d_j(a, b) = 0$
$H_j(d_j) = P_j(b, a)$	si	$d_j(a, b) < 0$

pudiendo tener diferentes funciones $H_j(d_j)$ en función

2.2. Métodos ELECTRE

Los métodos ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) pertenecen a los métodos multiatributo que manejan información cardinal. Se han desarrollado desde el LAMSADE de la Universidad Paris-Dauphine (Paris IX) desde el año 1968, en el que Bernard Roy y sus colaboradores desarrollaron el primer método ELECTRE. Desde entonces se ha extendido la utilización de los métodos ELECTRE por toda Europa, como lo demuestra la abundante literatura existente sobre estos métodos y sus aplicaciones (Roy, 1985).

El primer parámetro que es importante en la elección de un método ELECTRE es el tipo de problemática que se tenga en el proyecto:

- Para la elección de un subconjunto con las alternativas “mejores”, o “satisfactorias” (problemática α) los métodos adecuados son ELECTRE I y ELECTRE IS.
- Para el reparto de las alternativas potenciales en categorías predefinidas por alternativas de referencia (problemática β) el método adecuado es ELECTRE TRI.
- Para la ordenación de las alternativas potenciales (problemática γ) se pueden aplicar los métodos ELECTRE II, ELECTRE III y ELECTRE IV.

Además, dependiendo de la lógica de sobreclasificación empleada en su desarrollo los métodos ELECTRE se pueden dividir en dos grandes grupos:

- ELECTRE I y ELECTRE II utilizan lógica con sobreclasificación nítida (descripción de los criterios de forma clásica).
- ELECTRE III, ELECTRE IV, ELECTRE IS y ELECTRE TRI utilizan lógica con sobreclasificación borrosa (pseudo-criterios, cuasi-criterios o pre-criterios).

De acuerdo con estos dos criterios (tipo de problemática y lógica utilizada) podemos establecer los pasos para la elección de los métodos ELECTRE según se muestra en la Figura 1.

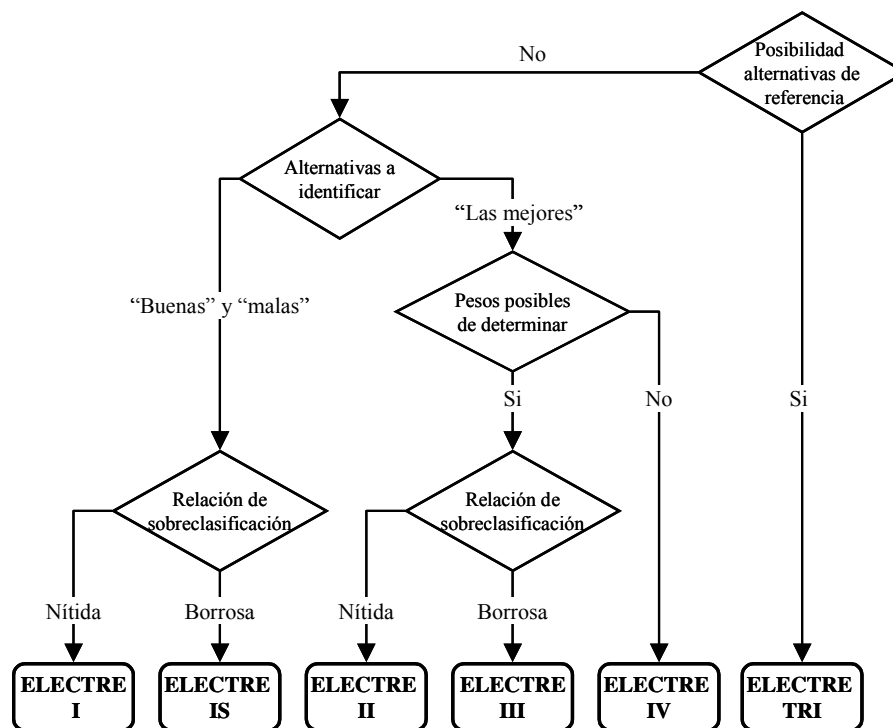


Figura 1. Elección de un método ELECTRE (Maystre *et al.*, 1994).

Teniendo en cuenta el tipo de problema a resolver: ordenación y los tipos de datos que tenemos, el método más adecuado es el ELECTRE III. Este método resuelve la problemática de ordenación, a partir de dos clasificaciones antagónicas (destilación ascendente y destilación descendente) ordenando todas las alternativas desde las «mejores» hasta «las menos buenas» y desde las «peores» a «las menos malas».

3. Método PROMETHEE I

El método PROMETHEE I construye un ordenamiento parcial a partir de la intersección de dos preórdenes:

$$\begin{aligned}
 aP^{(1)}b &\Leftrightarrow \begin{array}{l} aS^+b \quad y \quad aS^-b \\ aS^+b \quad y \quad aI^-b \\ aI^+b \quad y \quad aS^-b \end{array} \\
 aI^{(1)}b &\Leftrightarrow \begin{array}{l} aI^+b \quad y \quad aI^-b \end{array} \\
 aR^{(1)}b &\text{ en cualquier otro caso}
 \end{aligned}$$

dónde $(P^{(1)}, I^{(1)}, R^{(1)})$ designan respectivamente la preferencia, la indiferencia o la incomparabilidad entre las acciones. Los resultados posibles de la comparación entre dos acciones son los siguientes:

- $aP^{(1)}b$: a es preferida a b; en este caso a es más fuerte que b y b más débil que a. La información proporcionada por los dos flujos de superación (de entrada y de salida) va en el mismo sentido y puede ser considerada como segura. Se considera que en este caso es riguroso decir que a es preferida a b.
- $aI^{(1)}b$: a y b son indiferentes; la potencia y la debilidad de a y b son iguales. No hay en este caso ninguna información que permita preferir una de las dos alternativas sobre la otra.
- $aR^{(1)}b$: a y b son incomparables; en este caso, la mayor fuerza de una de las alternativas es compensada por la menor debilidad de la otra. La información proporcionada por los dos flujos de superación (de entrada y de salida) es contradictoria. En este caso la responsabilidad de decidir entre una acción u otra pertenece al decisor.

Con el método PROMETHEE I algunas acciones permanecen incomparables. Sólo las preferencias establecidas sólidamente y confirmadas por los dos flujos de superación son presentadas al decisor.

4. Método ELECTRE III

Para construir la relación de sobre clasificación, ELECTRE III introduce dos umbrales por criterio, llamados de indiferencia y de preferencia para estudiar la concordancia (ver Figura 2).

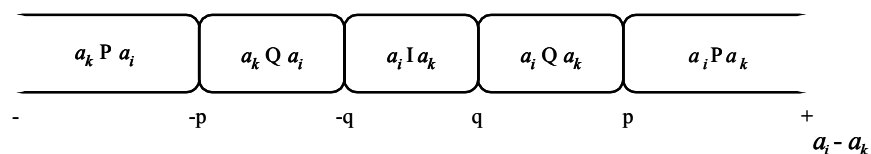


Figura 2. Tipos de preferencia en función de los umbrales de indiferencia y preferencia.

También se introduce también un tercer umbral, llamado de veto, utilizado para estudiar la discordancia.

4.1. Índices de concordancia

Índice de concordancia para cada criterio

Se define una alternativa i como mejor que una alternativa k para el criterio j a partir del índice $c_j(a_i, a_k)$, que se define como:

$$\begin{cases} c_j(a_i, a_k) = 0 & \Leftrightarrow p_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \\ 0 < c_j(a_i, a_k) < 1 & \Leftrightarrow q_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq p_j \quad \text{Interpolación lineal} \\ c_j(a_i, a_k) = 1 & \Leftrightarrow g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq q_j \end{cases}$$

Índice de concordancia global

Se define el índice C_{ik} , que indica cuando la alternativa i sobreclasifica a la alternativa k , a partir de la fórmula:

$$C_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^m p_j \cdot c_j(a_i, a_k)}{\sum_{j=1}^m p_j}$$

Los índices globales forman una matriz ($i \times k$).

4.2. Índices de discordancia

Como novedad en ELECTRE III se utiliza el umbral de veto (v_j), que, por definición, es el valor de la diferencia entre $g_j(a_k) - g_j(a_i)$ a partir de la cual es prudente rechazar la sobreclasificación.

Cuando se supera el valor del umbral de veto se rechaza la sobreclasificación, independientemente de lo que ocurra en el resto de criterios. La construcción del índice de discordancia es la siguiente:

$$\begin{cases} d_j(a_i, a_k) = 0 & \Leftrightarrow g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq p_j \\ 0 < d_j(a_i, a_k) < 1 & \Leftrightarrow p_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq v_j \quad \text{Interpolación lineal} \\ d_j(a_i, a_k) = 1 & \Leftrightarrow v_j < g_j(a_k) - g_j(a_i) \end{cases}$$

4.3. Algoritmo del método

El método ELECTRE III realiza dos ordenaciones parciales del conjunto de alternativas potenciales. En primer lugar se realiza una clasificación de las alternativas de la mejor a la menos buena (destilación descendente), que consta de varias etapas.

En primer lugar se definen los conjuntos de Potencia, Debilidad y Cualificación en cada etapa de cada destilación, que son:

- Potencia de una acción, es el conjunto de alternativas a las que sobreclasifica la alternativa que se está estudiando.
- Debilidad de una acción, es el conjunto de alternativas que sobreclasifican a la alternativa que se está estudiando.

- Cualificación de una acción, es el conjunto obtenido mediante la diferencia entre los conjuntos de potencia debilidad para una alternativa. Una alternativa es tanto mejor cuanto mayor sea (con signo positivo) el conjunto de Cualificación.

A partir de estos conjuntos se realizan una serie de destilaciones hasta que se hallan seleccionado todas las alternativas.

5. Nuestra aplicación

5.1. Creación de las categorías

En cuento al gran número de fabricantes presente en el mercado español y a la variedad de los modelos propuestos, debimos definir de manera puntual el conjunto de las alternativas que queremos estudiar. En efecto, todos los coches que existen sobre el mercado no nos interesan. Necesitamos reducir el campo de investigación, y además dividirlo entre varios categorías para trabajar de manera racional. Parece evidente que no se puede comparar un monovolumen con una berlina pequeña.

Por eso utilizemos el sitio Internet www.autopistaonline.com , donde se puede encontrar todos los coches que se venden sobre el mercado español al mes de marzo 2004. Sobre este sitio, varios categorías están definidas: Berlina familiar, Berlina de turismo, Coupé, Derivado de turismo, Descubierta, Monovolumen, Pick up, Todo terreno. Decidimos elegir las mismas categorías, pero recortando de nuevo la de las berlinas de turismo, que era demasiado larga. Por eso, la dividimos entre 4 otras categorías, que son : Berlina larga, Berlina de turismo, Berlina pequeña y Ciudadana pequeña.

Después, decidimos de tomar un intervalo de precio para cada categoría, puesto que pensemos que a partir de cierto precio, el proceso de compra no es racional y no se dirige mas al medio consumidor, por eso no es muy interesante de considerar los coches demasiado caros.

5.2. Criterios

Se van a considerar los siguientes criterios para la evaluación de todos los vehículos y clientes:

1. Precio (Euros): son los del mercado Español al mes de marzo 2004. Han sido utilizado par definir las categorías de coche del grafo arriba.
2. Cilindrada (cm³): muy importante porque influye mucho sobre la potencia y el precio del coche.
3. Potencia (en caballos de vapor): traduce el comportamiento deportivo del coche. Además una grande potencia confiere una aceleración importante y permite adelantar fácilmente.
4. Consumo(Euros/100 Km.): depende directamente de la cilindrada y es función del precio de la gasolina.
5. Servicio Post Venta (numero de concesionarios): Los conductores que viven en grandes ciudades disfrutan un montón de concesionarios en contra a los que viven a lo largo así que un SPV alto implique una presencia de los concesionarios también en ciudades de pequeña tamaño.
6. Diseño (nota sobre 20): se valorara sobre el trabajo de diseño y no nuestra propia percepción de la línea.

	Caja de cambios automática	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
	Caja de cambios 6 velocidades				X								
	Control de velocidad de cruce		X	X	X					X			
	Control de distancia de aparcamiento trasero				X								
	Faros delanteros antiniebla	X	X	X						X	X	X	X
	4x4											X	X
	Diferencial auto bloqueado											X	X
Pack Lujo	Sistema de navegación		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
	Pintura metalizada		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
	Tapicería de cuero		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
	Tapicería de terciopelo								X				
	Asientos delanteros calefactables				X								
	Llantas de aleación		X	X		X	X	X	X	X	X	X	X
	Elevavinas eléctricos delanteros								X				

Tabla 2. Detalles de los pack opcionales en función de cada tipo de vehículo.

5.3. Parámetros

5.3.1. Pesos

La ponderación de los criterios es subjetiva. Por eso se han considerado cuatro tipos de simulaciones: económica, deportiva, equilibrada (completa) y lujosa.

Criterios Simulación	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack 1	Pack 2	Pack 3	Pack 4	SPV	Diseño	Maletero
Económica	10	3	4	10	6	3	4	1	7	3	4
Deportiva	3	9	10	2	7	2	6	3	2	8	3
Equilibrada	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Lujosa	1	5	5	1	8	9	8	7	2	4	5

Tabla 3. Pesos para cada simulación.

Pack 1: Seguridad

Pack 2: Comodidades

Pack 3: Agrado de conducción

Pack 4: Lujo

5.3.2. Umbrales para el PROMETHEE I

Simulación Económica:

Criterios Umbral	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Umbral 1	150	100	10	0.3	1.1	1.1	1.1	1.1	30	2.1	50
Umbral 2	450	400	40	0.7	2.9	2.9	2.9	2.9	100	3.9	125

Simulación Deportiva:

Criterios Umbral	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Umbral 1	450	100	10	0.3	0.1	1.1	1.1	1.1	40	0.1	50
Umbral 2	1500	250	30	1	0.9	2.9	2.9	2.9	200	1.9	125

Simulación Equilibrada:

Criterios Umbrales	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Umbral 1	300	100	10	0.4	1.1	1.1	1.1	1.1	40	1.1	50
Umbral 2	1000	400	40	0.8	2.9	2.9	2.9	2.9	150	2.9	125

Simulación Lujosa:

Criterios Umbrales	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Umbral 1	450	100	10	0.5	0.1	0.1	0.1	0.1	30	1.1	50
Umbral 2	1500	400	40	1	0.9	0.9	0.9	0.9	120	2.9	125

5.3.3. Umbrales del ELECTRE III

Simulación económica:

Criterios Umbrales	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Indiferencia	150	100	10	0,3	1	1	1	1	30	1	50
Preferencia	450	300	25	0,6	2	2	2	2	80	2	100
Veto	600	500	50	0,9	3	3	3	4	120	4	150

Simulación deportiva:

Criterios Umbrales	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Indiferencia	300	100	10	0,6	0	1	1	1	40	0	50
Preferencia	600	200	20	0,9	1	2	2	2	80	1	100
Veto	1200	300	40	1,2	2	3	3	3	300	3	150

Simulación equilibrada:

Criterios Umbrales	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Indiferencia	200	100	10	0,4	1	1	1	1	30	1	50
Preferencia	500	300	25	0,7	2	2	2	2	100	2	100
Veto	900	500	50	1	3	3	3	3	200	4	150

Simulación lujosa:

Criterios Umbrales	Precio	Cilindrada	Potencia	Consumo	Pack1	Pack2	Pack3	Pack4	SPV	Diseño	Maletero
Indiferencia	300	100	10	0,6	0	0	0	0	40	1	50
Preferencia	600	300	25	0,9	1	1	1	1	80	2	100
Veto	1200	500	50	1,2	2	2	2	2	300	4	150

5.4. Resultados

En primer lugar, observamos a través del análisis de la estabilidad débil que, cualquier que sea el método, el grupo de cabeza nunca se modifica por más de 2 coches, y la mayoría del tiempo solamente se intercambia un coche (a menudo el último de la clasificación), es decir que los 2 métodos ponen de relieve bastante bien los cinco mejores coches de cada

simulación. Así podemos decir que, en general, el decidor puede ser confiense en el grupo de los 5 mejores coches dado por los programas. Por lo que se refiere a la estabilidad fuerte, es decir a la estabilidad de la clasificación de los 5 mejores coches, es mas difícil sacar conclusiones, puesto que se pueden alcanzar 5 cambios (ninguno de los 5 coches se queda en la misma posición), y además la situación es muy distinta de un criterio a otro, y también entre Promethee y Electre.

Por otra parte, se puede notar que las variaciones de los resultados de Electre son menos continuas que las de las clasificaciones obtenidas con Promethee. En efecto, se observan en varias ocasiones picos sobre las curvas de estabilidad de Electre, mientras que las de Promethee no hacen más que subir cuando se descarta del valor de origen del umbral.

Bibliografía

Maystre, Lucien Yves, Pictet, Jacques y Simos, Jean (1994). *Méthodes multicritères ELECTRE*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Cachan.

Brans, J.P. (1982). "L'ingénierie de la decisión. Elaboration d'instruments d'aide á la decisión. Méthode PROMETHEE." *Colloque d'aide á la decisión*. Université Laval. Québec, 182-213.

Brans, J.P. y Mareschal, B. (2002). *Prométhée-Gaia. Une Méthodologie d'aide á la décision en présence de critères multiples*. Éditions de L'Université de Bruxelles. Éditions Ellipses. París.