

El Modelado Basado en Agentes como Herramienta para la Explicación del Comportamiento de los Mercados Financieros

Jose Antonio Pascual Ruano¹, Javier Pajares Gutierrez¹, Adolfo López Paredes¹

¹ Dpto. de Organización de Empresas y C.I.M. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid. Paseo del Cauce s/n, 47011 Valladolid. {[pascual](mailto:pascual@insisoc.org), [pajares](mailto:pajares@insisoc.org), [adlo](mailto:adlo@insisoc.org)}@insisoc.org.

Resumen

En este artículo, analizamos la posibilidad de explicar el comportamiento a nivel agregado del mercado a partir de los micro-comportamientos de los inversores que en él intervienen. En primer lugar, implementamos un modelo basado en agentes de un mercado bursátil, poblado por inversores “fundamentales”. Comprobamos que sus patrones estadísticos están próximos a los de los mercados teóricos propuestos desde las finanzas tradicionales, pero lejos de los rasgos observados en los mercados financieros reales, como el Ibex-35. Con el fin de acercar el modelo a lo observado, introducimos mayor heterogeneidad. Añadimos inversores “psicológicos” en el sentido de Kahneman y Tversky (1979), con los que somos capaces de reproducir no normalidad, exceso de curtosis, exceso de volatilidad, y conglomerados de volatilidad. Seguidamente, añadimos agentes “técnicos”, y obtenemos altos niveles de exceso de volatilidad y la típica no estacionariedad de las series de precios. “Patrones financieros” presentes en la mayoría de los mercados bursátiles reales. Concluimos que la simulación de sociedades artificiales de agentes nos ayuda a acercar la teoría económica a los mercados reales.

Palabras clave: Modelado Basado en Agente, *Behavioral Finance*, Ibex 35.

1. Introducción

El propósito de nuestra investigación es analizar las relaciones existentes entre el comportamiento microeconómico de los inversores y el macroeconómico, o agregado, del mercado, para intentar explicar aquellos fenómenos observados en los mercados financieros que no están en completa concordancia con lo propuesto por las teorías financieras tradicionales.

El supuesto de perfecta racionalidad de inversores fundamento del paradigma dominante en finanzas se revela como demasiado restrictivo. Y consecuentemente, si no son capaces de procesar toda la información disponibles para formar expectativas racionales sobre el valor futuro de las variables relevantes, los mercados no pueden suponerse eficientes, como proponen. Esta falta de eficiencia se ve confirmada en los mercados reales donde es posible observar una serie de patrones empíricos difícilmente justificables en un mercado eficiente. Los más destacados en la literatura financiera son, la no estacionariedad de las series de precios, el exceso de volatilidad, la falta de normalidad en la distribución de los rendimientos, con exceso de curtosis y asimetría, presencia de cúmulos de volatilidad, etc..

En este artículo sugerimos, en la línea de LeBaron et al. (1999) y Pajares et al. (2003, 2005), que la simulación de sociedades artificiales de agentes puede contribuir a explicar por qué ocurren estos fenómenos.

En busca de las relaciones micro-macro, simulamos diferentes escenarios caracterizados por la presencia de diferentes proporciones de inversores, y estos a su vez, se caracterizan por tener distintos comportamientos. Analizamos posteriormente las propiedades estadísticas de las series históricas de precios y rentabilidades, que emergen y las comparamos con las pautas estadísticas típicas de los mercados reales, en particular las comparamos con el Ibex 35.

Para ello, hemos elaborado un modelo (el *InSisoc Artificial Stock Market*, ISS-ASM) basado en el SF-ASM (*Santa Fe Artificial Stock Market*) LeBaron et al. (op. cit). Se trata de un modelo con un sólo activo con riesgo, y en el que es posible, además, prestar y pedir prestado dinero a la tasa libre de riesgo. El precio emerge como consecuencia de la oferta y la demanda de éste activo.

En una primera etapa de investigación, el ISS-ASM está poblado únicamente por agentes racionales, de manera que sea posible validarlo con el SF-ASM, que se comportan de un modo similar a los “inversores fundamentales”, en el sentido de que procesan toda la información disponible y forman con ella sus expectativas sobre los valores del precio y el dividendo futuros. Entonces, deciden comprar o vender en función de la disparidad entre sus expectativas y los precios reales.

Hemos comprobado que el ISS-ASM y el SF-ASM, generan series de precios con los mismos rasgos estadísticos: niveles de desviación estándar, curtosis, volumen de transacciones, correlaciones, correlaciones cruzadas entre los rendimientos al cuadrado el volumen para diferentes retardos, etc.

Posteriormente, procedemos a verificar el ISS-ASM con los mercados reales en general, y con el Ibex 35 en particular. Para ello, constatamos que el Ibex 35 verifica las propiedades estadísticas típicas de las series financieras reales: las distribuciones tanto de los precios como de los rendimientos no se ajustan a una normal, colas pesadas en la distribución de los retornos y asimetría; además las series de precios son integradas de orden 1, los rendimientos no están correlados para diferentes retardos, y se aprecian cúmulos de volatilidad.

Seguidamente analizamos las propiedades estadísticas de las series generadas por el ISS-ASM cuando está poblado solamente por agentes fundamentales y vemos que están más próximas a la idea de “mercado ideal” propuesto por la literatura financiera, que a las observadas en el Ibex 35.

Queremos acercar los patrones observados en los mercados reales y los que emergen en el ISS-ASM, por lo tanto debemos ver que micro-comportamientos conducen al comportamiento agregado del mercado. Para comprender los conceptos financieros que subyacen bajo este problema, lo hemos dividido en varias etapas.

En la primera de ellas hemos introducido inversores que denominaremos *psicológicos* cuya aversión al riesgo cambia a lo largo del tiempo en función de los resultados previos de sus acciones, como sugieren Kahneman y Tversky (op.cit). Al realizarlo, el mercado se aproxima más al Ibex 35 dado que: la volatilidad es mayor que para el “mercado racional”; la curtosis de los rendimientos aumenta a medida que la proporción de agentes psicológicos es mayor; y aparecen clusters de volatilidad. Sin embargo, no se produce la presencia de raíces unitarias en las series de precios.

En segundo lugar, hemos simulado un mercado en el que se incluyen agentes de tipo técnico en el sentido de que emplean para determinar sus ordenes de compra o venta el cruce de medias móviles. En este caso, aumenta el exceso de volatilidad, la curtosis de los rendimientos alcanza niveles próximos a los del Ibex 35, las series históricas no se distribuyen según una normal y los precios se comportan de manera no estacionaria. Sin embargo, aunque se observan clusters de volatilidad, su peso no es tan significativo como en el caso anterior.

Por lo tanto, parece que la aversión al riesgo cambiante provoca la aparición de cúmulos de volatilidad mientras que los agentes técnicos parecen ser los causantes del comportamiento no estacionario de las series de precios.

El resto de este artículo ha sido organizado de la siguiente manera: Primero, revisamos las características principales del ISS-ASM básico, poblado solamente con agentes racionales. Además, lo validamos comparándolo con el SF-ASM. La sección siguiente recoge los principales patrones estadísticos del Ibex 35 y los comparamos con los obtenidos para el ISS-ASM básico. A continuación, en la sección 4 introducimos los inversores psicológicos mientras que en la sección 5 analizamos la influencia de los analistas técnicos. Finalizamos con las conclusiones más relevantes de este artículo.

2. El “ISS-ASM básico” con agentes racionales.

Este modelo de partida está fuertemente basado en el SF-ASM, LeBaron et al (1999). Este modelo pionero se ha convertido en referente para el estudio de los mercados financieros, y son muchos los modelos en la literatura que se han servido de él como inspiración, de manera que podemos comparar nuestros resultados con trabajos anteriores.

Es un modelo con un único activo con riesgo en el que es posible también prestar y pedir prestado dinero a la tasa libre de riesgo. Para el propósito de este artículo, el pago de dividendos por parte del activo con riesgo sigue un proceso autorregresivo de primer orden, pero el modelo permite utilizar cualquier otra estructura de dividendos. En cualquier caso, los inversores no conocen, ex-ante, el valor futuro de los dividendos, pero pueden elaborar modelos que les permitan predecir la estructura subyacente en el proceso. Los precios emergen de manera endógena como consecuencia de las ofertas y demandas.

Los agentes en este modelo básico se comportan como “inversores fundamentales” puesto que procesan toda la información relevante del mercado a la hora de formar sus expectativas sobre el valor futuro de los precios y los dividendos. En particular, cada agente está dotado con un conjunto de reglas, que evolucionan de acuerdo a su funcionamiento gracias a un algoritmo genético, que transforman esa información del mercado en expectativas. El mecanismo de aprendizaje, evolución de las reglas, puede consultarse en Pascual (2006).

Los agentes comparan sus expectativas sobre el precio más el dividendo ($p_t + d_t$) con los precios actuales, y compran o venden en consecuencia. Compran cuando sus expectativas son mayores que el dinero que habrían obtenido si hubieran invertido (prestado) el dinero a la tasa libre de riesgo (r_f); y venden en caso contrario. La demanda también depende de la aversión al riesgo (λ) y la varianza de la regla empleada para formar las expectativas (σ^2) y se calcula de acuerdo a (1) siguiendo a LeBaron et al. (op.cit):

$$x_{i,t} = \frac{E_{i,t}(p_{t+1} + d_{t+1}) - p_t(1 + r_f)}{\lambda \sigma_{i,t,p+d}^2} \quad (1)$$

donde E indica la esperanza matemática y $x_{i,t}$ es la cantidad de acciones que desea tener el agente i en el instante t . La aversión al riesgo λ es constante y cuanto mayor es su valor, menor es la demanda; de este modo, los agentes con menos aversión al riesgo intentarán formar carteras con una mayor proporción de activo con riesgo (acciones) que de activos libres de riesgo.

El modelo ha sido implementado en Java, puesto que pensamos que es un lenguaje de programación ampliamente extendido que permitirá a otros colegas en simulación social usarlo y ampliarlo.

2.1. Validación del ISS-ASM con los resultados del SF-ASM.

Antes de realizar cualquier otro tipo de investigación, debemos validar nuestro modelo, para lo cual hemos utilizado el modelo propuesto por LeBaron. En concreto, siguiéndole hemos simulado los regímenes de aprendizaje rápido y lento. En el caso de aprendizaje rápido, los agentes actualizan sus reglas de decisión mediante el algoritmo genético cada 250 periodos, mientras que en el caso de aprendizaje lento, los agentes actualizan sus reglas cada 1000 periodos.

Se plantea que bajo la hipótesis de que el precio se ajusta a un equilibrio homogéneo de expectativas racionales, el precio más el dividendo debería ser una función lineal de sus retardos, entonces se plantea esta regresión lineal y se calculan los residuos. En la Tabla 1, mostramos los datos estadísticos principales de los residuales, así como el exceso de retorno con respecto al tipo de interés libre de riesgo y el volumen de transacciones, de las simulaciones en ambos modelos.

Tabla 1. Datos estadísticos del SF-ASM y el ISS-ASM.

	Fast Learning		Slow Learning	
	SF-ASM	ISS-ASM	SF-ASM	ISS-ASM
Des. Estándar	2.147	2.095	2.135	2.081
Exc. de Curtosis	0.320	0.229	0.072	0.098
ρ	0.007	0.012	0.036	0.051
Exc. de Rendimientos	3.062	2.315	2.891	2.183
Volumen de transacciones	0.706	0.434	0.255	0.209

La desviación estándar es superior a 2, y hay un ligero exceso de curtosis (debería ser cero bajo una distribución normal). Pero en cualquier caso, el aprendizaje rápido muestra un exceso de curtosis mayor que el lento. Algo similar ocurre con el exceso de rendimientos con respecto al tipo de interés libre de riesgo y el volumen de transacciones..

Siguiendo a LeBaron et al. (op.cit) hemos calculado la autocorrelación de los rendimientos ($\rho(r_{t+j}, r_t)$) para diferentes retardos (j) y las correlaciones cruzadas de los rendimientos al cuadrado con el volumen de transacciones ($\rho(r_{t+j}^2, V_t)$). Nuestros resultados son completamente similares a los de LeBaron: las autocorrelaciones tienden rápidamente a cero y las correlaciones cruzadas presentan un pico para los retardos entre -1 y 2. (ver Figuras 1a, y 1b).

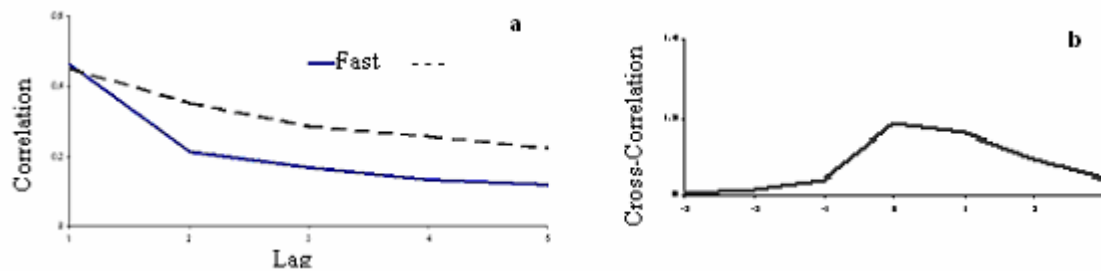


Figura 1. a) Autocorrelaciones del Volumen b) Correlación de los rendimientos al cuadrado con el volumen.

3. El Ibex 35.

El Ibex 35 es el índice de mercado más relevante en España. Está elaborado a partir de las 35 empresas más importantes (en términos de volumen y activos) que intervienen en el “Mercado Continuo”. El Ibex-35 es un índice media aritmética ponderada, y los pesos dependen tanto del volumen como de la capitalización de la empresa..

En la Figura 2 mostramos la evolución de los precios de cierre diarios del Ibex para el periodo que va desde Junio de 2001 a Junio de 2005 (1000 observaciones).

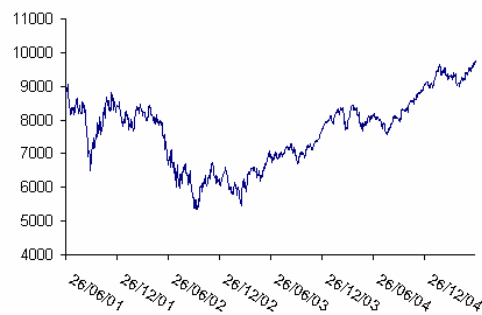


Figura 2. Evolución del Ibex 35.

Estamos interesados en los patrones estadísticos observados en los más importantes mercados financieros y recogidos en Cont (2001), como ausencia de correlaciones, exceso de curtosis, cúmulos de volatilidad, no estacionariedad de las series de precios, etc.

Hemos calculado estadísticos descriptivos (media, varianza, simetría, curtosis etc.), tanto de la serie de precios como de rendimientos, así como la prueba de normalidad Jarque-Bera. En ambas series se rechaza la normalidad de los datos.

En particular, se aprecia una elevada curtosis en los rendimientos, con un valor de 4.892, de manera que se confirma la presencia de colas pesadas en su distribución. La función de autocorrelación de los rendimientos no es significativa, incluso en pequeños retardos, confirmando la falta de estructura.

Además hemos llevado a cabo los tests de estacionariedad de Dickey y Fuller (1979, 1981) en su versión Aumentada (ADF) y de Phillips Perron (1986)(PP), para constatar que la serie de precios es integrada de orden 1, la serie de precios presenta una raíz unitaria..

En la Figura 3 mostramos en la parte a) los rendimientos asociados a la serie de precios de cierre del Ibex 35 y en la parte b) la autocorrelación de los mismos elevados al cuadrado. Los rendimientos han sido calculados de acuerdo a (2)

$$r_t = 100 * \ln(p_t/p_{t-1}) \quad (2)$$

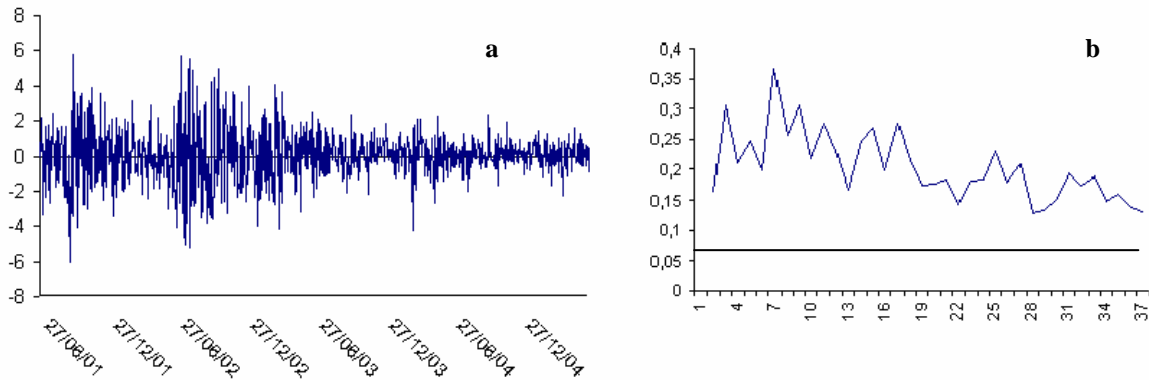


Figura 3. a) Rendimientos del Ibex 35 b) Autocorrelaciones de los rendimientos elevados al cuadrado.

Podemos apreciar en los rendimientos periodos de alta y baja volatilidad agrupada, lo cual se confirma al ver que las autocorrelaciones de los rendimientos al cuadrado son significativas y positivas (al nivel del 95% ≈ 0.06) incluso para retardos elevados. Esto es una forma de confirmar la presencia de cúmulos de volatilidad (Cont (op. cit)).

De acuerdo con estos datos, nuestra primera conclusion es que el Ibex 35 no es diferente a los mercados bursátiles mundiales.

3.1. La brecha entre el Ibex-35 y el “ISS-ASM básico”.

Ahora comparamos las propiedades estadísticas del Ibex 35 con el ISS-ASM básico, un mercado poblado solamente por “inversores fundamentales” que forman expectativas sobre el precio y el dividendo futuro de acuerdo a unas reglas y a la información del mercado. En la Figura 4. mostramos una simulación típica, en la parte a) se muestra una muestra de 1000 precios y en b) los rendimientos asociados a esos precios según (2). Las figuras son similares en todas las repeticiones realizadas, con diferentes semillas aleatorias.

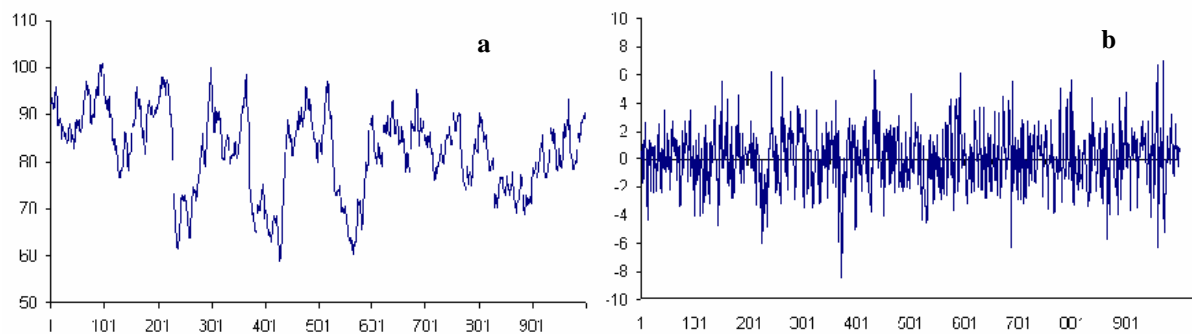


Figura 4. a) Evolución de los precios b) Evolución de los rendimientos para una simulación genérica

Como sucede en los mercados reales, tanto los precios como los rendimientos no se encuentran distribuidos según una normal, y la función de autocorrelación de los rendimientos no presenta estructura (Figura 5.a).

Sin embargo, la curtosis es 3.723, lejos de los niveles observados en el Ibex 35, y los niveles de volatilidad son mucho menores que los niveles que los de éste. Además, los agrupamientos de volatilidad, comunes en el índice español, no se ponen de manifiesto en el “mercado racional” como se pone de manifiesto al no existir autocorrelaciones de los rendimientos al cuadrado (Ver Figura 5. b).

Tampoco tenemos evidencia de raíces unitarias, al realizar las pruebas de ADF y PP a las series de precios.

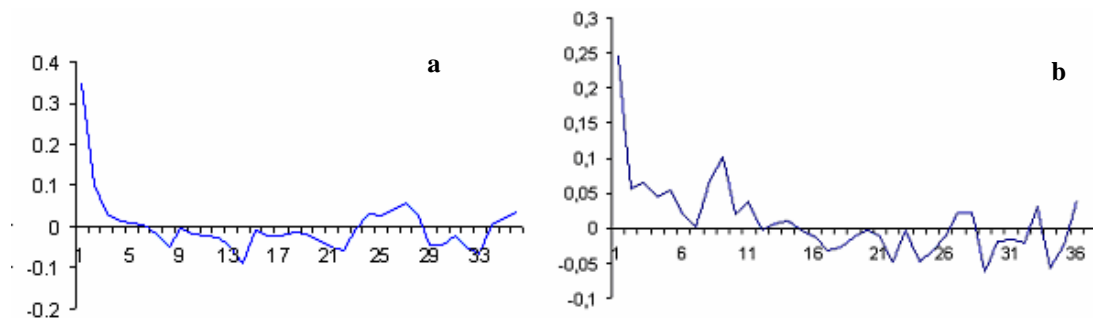


Figura 5. a) Función de autocorrelación de los rendimientos. b) Autocorrelación de rendimientos al cuadrado

La principal conclusión de estos resultados es que el mercado poblado con agentes racionales presenta unas salidas que están más próximas a los modelos teóricos propuestos por el paradigma tradicional en finanzas que al Ibex 35.

4. Acercando posturas. Los inversores psicológicos.

Kahneman y Tversky (op. cit) analizaron el comportamiento real de los humanos al enfrentarse a incertidumbre (riesgo). Sus contribuciones han sido extraordinariamente relevantes para comprender muchas situaciones económicas. En particular, los campos de “*Behavioural Economics*” y “*Behavioural Finance*” están fuertemente cimentados en sus estudios. Para este artículo, hemos tenido en cuenta que, de acuerdo a los experimentos de Kahneman y Tversky, la aversión al riesgo no es independiente de la riqueza de los inversores.

En el modelo poblado únicamente con agentes racionales, los inversores tenían aversión al riesgo constante en la ecuación (1). Ahora, introducimos agentes que forman sus expectativas sobre el precio y el dividendo del siguiente periodo usando toda la información relevante, pero su aversión al riesgo es cambiante en función de la evolución de su riqueza, es decir, dependiendo del resultado de sus decisiones previas. En particular, el coeficiente de aversión al riesgo puede tomar dos valores. Si la riqueza actual del agente es inferior a la riqueza media de los últimos 10 periodos, entonces piensa que es un mal inversor, que sus decisiones son erróneas, de manera que aumenta su aversión al riesgo. En este caso, el denominador de la ecuación (1) aumenta y el agente demanda u ofrece menos acciones en el siguiente periodo.

En la Tabla 2, podemos ver los resultados medios de las 10 simulaciones realizadas con diferentes semillas, para diferentes proporciones de agentes racionales (BF) y psicológicos

(KT). Por ejemplo, 15bf5kt indica que en el mercado conviven 15 inversores fundamentales y 5 psicológicos (KT procede de Kahneman y Tversky).

Tabla 2. Datos promedio de 10 simulaciones.

	20BF		15BF5KT		10BF10KT		5BF15KT		20KT	
	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.
Media	81.929	0.000	81.399	-0.004	81.347	-0.001	79.703	-0.002	78.910	-0.002
Desv. Estándar	7.367	1.956	7.367	1.977	7.519	2.024	8.978	2.256	9.950	2.462
Exc. Var. %	81.543		88.532		108.048		169.059		231.946	
Asimetría	-0.275	-0.004	-0.141	-0.016	-0.281	0.099	-0.652	-0.038	-0.764	-0.085
Curtosis	4.166	3.431	3.903	3.625	3.782	4.047	4.034	4.625	4.689	6.374
Jarque-Bera	69.208	7.746	37.373	16.339	38.608	47.326	115.706	110.250	216.147	475.671
Probabilidad	0.000	0.021	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

La curtosis a medida que la proporción de inversores psicológicos es mayor, los niveles llega ahora a estar próximos a los valores observados en el Ibex 35. Lo mismo ocurre con el exceso de volatilidad. Las series tampoco están distribuidas según una normal (probabilidad de distribuirse de acuerdo a una normal nula).

Las autocorrelaciones de los rendimientos al cuadrado comienzan a ser significativas siempre que la proporción de Ktagents sea importante (ver Figura 6), lo cual implica que los agrupamientos de volatilidad aparecen en los mercados con alta proporción de inversores psicológicos. Sin embargo, no hemos detectado raíces unitarias en las series de precios, como ocurría en el Ibex 35.

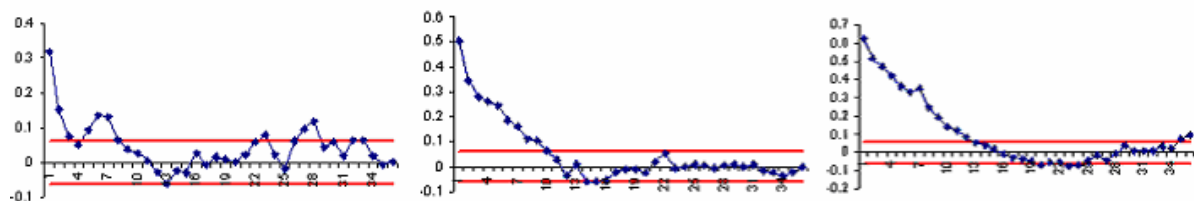


Figura 6. Autocorrelaciones de los rendimientos al cuadrado para 15bf5kt, 10bf10kt y 5bf15kt (simulación genérica)

5. Acercando posturas: El papel de los analistas técnicos.

Ahora el mercado estará poblado por inversores fundamentales y técnicos. Cada día miles de inversores en todo el mundo estudian los gráficos sobre la evolución del precio y el volumen de transacciones, buscando tendencias, patrones de comportamiento, etc. La mayoría de ellos calculan medias móviles de los precios (normalmente usando una hoja de cálculo) y compran o venden activos en función de la evolución de esas medias móviles. El número de agentes que sigue este tipo de reglas técnicas es tan grande que, a nuestro entender, el análisis técnico no puede ignorarse si queremos desarrollar teorías realistas en finanzas.

En el ISS-ASM, hemos introducido el análisis técnico mediante unos inversores que calculan una media móvil corta (low MA(1)) y una media móvil larga (high MA(h)) de los precios; compran activos cuando la MA(1) cruza de abajo a arriba a la MA(h) y venden si la MA(1) corta de arriba abajo a la otra (ver Figure 7)

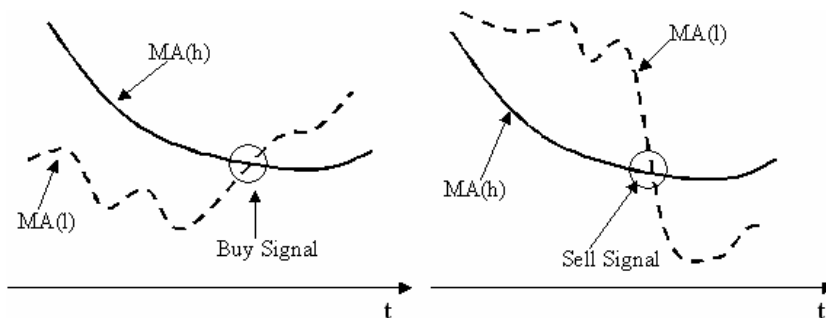


Figura. 7. Señales de compra (Buy Signal) y de venta (Sell Signal) en función del cruce de MA.

En la Tabla 3, mostramos el análisis estadístico de las series de precios y rentabilidades (media de las 10 simulaciones) para las nuevas composiciones de mercado, es decir, diferentes proporciones de técnicos (TFagents). Cuando el número de éstos aumenta, tanto el exceso de volatilidad como los precios aumentan significativamente. Se rechaza de forma individual la normalidad de las series de precios y rentabilidades, aunque al calcular la probabilidad media de que se rechacen, a partir de la curtosis y la asimetría media resulta en algún caso ser distinta de cero. La curtosis alcanza valores próximos a los del Ibox, y a mayor proporción de agentes técnicos, mayor es el exceso de curtosis. Sin embargo, aunque hemos encontrado evidencia de la presencia de cúmulos de volatilidad, esta evidencia no es tan fuerte como en el caso previo no como en el caso del Ibox (ver Figura 8).

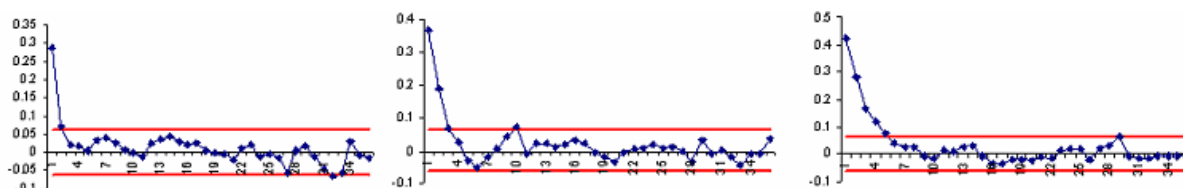


Figura. 8. Autocorrelaciones de los rendimientos al cuadrado con 15bf5tf, 10bf10tf y 5bf15tf (simulación genérica)

Tabla 3. Resultados Medios de 10 simulaciones.

	20BF		15BF5TF		10BF10TF		5BF15TF	
	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.	Precio	Rendi.
Media	81.929	0.000	99.027	-0.005	105.969	-0.016	107.234	-0.012
Desv. Estándar	7.367	1.956	9.363	1.610	18.581	1.456	20.985	1.301
Exc. Var. %	81.543		215.857		1207.224		1398.980	
Asimetría	-0.275	-0.004	0.246	0.162	0.006	0.131	0.098	0.354
Curtosis	4.166	3.431	3.862	4.091	2.710	4.036	2.918	5.538
Jarque-Bera	69.208	7.746	41.105	53.962	3.509	47.568	1.877	289.241
Probabilidad	0.000	0.021	0.000	0.000	0.173	0.000	0.391	0.000

Por otro lado, el mercado reproduce la existencia de una raíz unitaria en las series de precios, de manera que éstas son integradas de orden 1, como suele ocurrir en los mercados reales, como por ejemplo el Ibox 35. Esta evidencia se hace más importante a medida que la proporción de analistas técnicos crece.

6. Conclusiones.

Hemos construido un mercado bursátil artificial que incluye la posibilidad de poblarlo con diferentes tipos de agentes, que presentan distintos comportamientos: fundamentales,

psicológicos y analistas técnicos. Nuestro propósito es comprender las relaciones entre el micro-comportamiento de los inversores y el macro-comportamiento del mercado.

La presencia solamente de inversores racionales no explica adecuadamente las propiedades estadísticas de las series financieras reales. Además, el resultado de este “mercado ideal” nos recuerda a los mercados teóricos propuestos por la teoría financiera tradicional.

Para acercarnos a lo observado en los mercados reales hemos incluido inversores psicológicos y analistas técnicos. En ambos casos, el exceso de volatilidad y la curtosis aumenta y se aleja de lo postulado por la hipótesis de eficiencia del mercado. Además, hemos extraído de las simulaciones que la presencia de agentes KTagent nos ayuda a entender la aparición de clusters de volatilidad, mientras que el análisis técnico está más relacionado con los altos niveles de curtosis de los rendimientos y el comportamiento no estacionario de las series de precios.

En otras palabras, los inversores psicológicos son los responsables de los agrupamientos de la volatilidad (burbujas) y los técnicos tienden a introducir no estacionariedad en el proceso.

7. Bibliography.

Cont, R. (2001) Empirical properties of asset returns: stylised facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, Volume 1, pp 223-236

Dickey, D.A. y Fuller, W.A. (1979) "Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root" *Journal of the American Statistical Association* Vol. 74, pp. 427-431

Dickey, D.A. y Fuller, W.A. (1981) "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root" *Econometrica*, Vol. 49, pp. 1057-1072.

LeBaron, B., Arthur, W.B. y Palmer, R. (1999): “Time series properties of an artificial stock market”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 23, pp: 1487-1516.

Kahneman, D., y Tversky, A (1979): “Prospect theory: An analysis of decisions under risk”. *Econometrica*, 47, 313 327.

Pajares, J., Pascual, J.A., Hernández, C. y López-Paredes, A. (2003). “A behavioural, evolutionary and generative approach for modelling financial markets”. *First Conference of the European Social Simulation Association (ESSA)*. Groningen. The Netherlands. Sept 2003.

Pajares, J., Pascual, J.A., Hernández, C. y López-Paredes, A. (2005). “The role of risk aversion and technical trading in the behaviour of financial markets“ *Third Conference of the European Social Simulation Association (ESSA)*. Koblenz. Germany. Sept 2005.

Pascual, J. A. (2006). Modelado Multiagente de Mercados Financieros: Un Enfoque basado en el Comportamiento Individual de los Inversores. Tesis Doctoral. Departamento de Organización de Empresas y C.I.M. ETS de Ingenieros Industriales. Universidad del Valladolid.

Phillips, P.C.B. y Perron, P. (1986) "Testing for a Unit Root in Time Series Regression" University of Montreal, Departement de Science Economique Cashier 8633.