

Metodología de covarianzas heterogéneas para el estudio de decisiones de transporte interurbano

J. Nicolás Ibáñez¹, Luis Onieva¹, Pablo Cortés¹, José Guadix¹

¹ Grupo de Ingeniería de Organización. Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla. Avda. de los Descubrimientos, s/n, 41092 Sevilla. juannicolas@us.es, onieva@us.es, guadix@esi.us.es, pca@esi.us.es

Resumen

El propósito principal de este trabajo es la ilustración de cómo se mide la consistencia de los modelos de preferencias con la teoría de maximización de la utilidad aleatoria (RUM) que se supone subyacente al proceso de construcción de éstos. Así, se propone una medición de la bondad de los modelos de preferencias de acuerdo al número de individuos que participan en su estimación y para los que se puede probar su consistencia con RUM. En los modelos jerárquicos utilizados en este trabajo, con y sin covarianzas heterogéneas, esta consistencia se traduce, casi exclusivamente, en que los valores de inclusión asociados a cada una de las ramas de la estructura jerárquica en estudio se encuentren dentro de un determinado rango, al cual se denomina rango de admisibilidad del valor de inclusión. En concreto, se comparan los rangos derivados para estos valores por cuatro estrategias de análisis: el enfoque GEV de McFadden (1978), el enfoque de análisis de las expresiones de las probabilidades de Daly & Zachary (1977) y el enfoque de introducción sucesiva de sólo tres hipótesis o enfoque ISH3 propuesto en Ibáñez (2006).

Palabras clave: Modelos de elección discreta, heterogeneidad de valores de inclusión, decisiones de transporte

1. Estudio de decisiones de transporte interurbano

Los modelos empleados para cuantificar los factores que determinan las preferencias observadas de los individuos son de tipo jerárquico, lo cual implica que se permiten dependencias entre algunas de las alternativas disponibles a los individuos. Esta relajación viene a generalizar a los más extendidos modelos logit de tipo simple.

En concreto, las formulaciones de modelos de preferencias jerárquicos que se emplean son las que se han denominado tradicionalmente en la literatura como formulaciones RU1 y RU2 (véase, por ejemplo, Louviere et al., 2000), ilustrando con esta aplicación cómo efectivamente no se trata de formulaciones equivalentes. De hecho, en lo relativo a RU1, sólo se implementa el modelo jerárquico RU1-reducido, mediante el cual se impone un valor de inclusión idéntico para todas las ramas de la estructura, pues es ésta la única versión de la formulación RU1 que es compatible con la teoría RUM (al menos en condiciones generales, como las que se dan en esta ilustración). El software que se utiliza en las estimaciones es LIMDEP (2003), probándose en este trabajo que éste no permite, a pesar de su reconocida difusión, la estimación de covarianzas heterogéneas sobre un modelo jerárquico en su versión RU2. Por este motivo, y de acuerdo a lo establecido en este párrafo, se llevan a cabo las estimaciones de los tres modelos no lineales de preferencias de tipo logit jerárquico siguientes: *modelo RU1-reducido, modelo RU1-reducido con covarianzas heterogéneas y modelo RU2.*

Los modelos presentados se aplican para cuantificar la importancia que diferentes factores tienen en las decisiones de una población acerca del modo de transporte preferido para

desplazarse a largas distancias. En concreto, se trata de una muestra de 210 individuos que realizan viajes privados y no de negocios entre las ciudades australianas de Sydney, Canberra y Melbourne. El acceso a estos datos ha sido posible a través de la compañía *Econometric Software, Inc.*, y una ampliación de la descripción que aquí se realiza de estos datos de transporte interurbano se puede encontrar en Louviere et al. (2000) y LIMDEP (2003). De hecho la explotación de estos datos sobre decisiones de transporte interurbano en el sureste australiano es objeto de varios trabajos en la literatura especializada, de entre los que se pueden destacar Hensher & Greene (2002) o el propio Louviere et al. (2002).

Las alternativas de transporte entre las tres ciudades mencionadas disponibles a los individuos son las cuatro siguientes: el avión, el coche, el autobús y el tren. Cada una de estas alternativas de transporte se describe en términos de los siguientes atributos:

- [*TTIME*] *Tiempo de transferencia* (min.). Se refiere a los tiempos de espera hasta tomar el avión, el tren o el autobús. Es nulo para el caso del coche.
- [*INVC*] *Coste del viaje* (€). Medida monetaria en términos de billetes de avión, tren o autobús, o en términos de combustible, que el individuo desembolsa para realizar el viaje.
- [*INVT*] *Tiempo en el vehículo* (min.). Tiempo que el individuo permanece realmente en el avión, tren, bus o coche. Esto es, el tiempo total de viaje sería $TTIME + INVT$.
- [*GC*] *Coste generalizado* (€). Medida del coste que tiene en cuenta no sólo el desembolso monetario realizado, *INVC*, sino también la valoración monetaria asociada al tiempo que el individuo invierte en completar el viaje.

Asimismo, cada encuestado proporciona información acerca de las siguientes tres características:

- [*INGRAH*] *Ingresos anuales del hogar* (k€). Nivel anual de ingresos, medido en términos del hogar al que pertenece el individuo.
- [*TAMUV*] *Tamaño de la unidad de viaje*. Número de personas que viajan juntas. Por ejemplo, si el individuo viaja solo, este atributo vale la unidad.
- [*IVOT*] *Valor del tiempo de un individuo* (€/min). Medida de la valoración monetaria que el individuo hace de su tiempo. De entre los 210 individuos encuestados, el valor mínimo de este *IVOT* es 6 €/h, el máximo 16.80 €/h, y el valor medio es 7.80 €/h. El valor de esta característica revelado por los individuos diferirá, en general, del valor asignado por el modelo de preferencias una vez que se disponga de las respuestas de los individuos. Sin embargo, el uso de esta característica individual *IVOT* permite realizar una estimación previa que permita incluir en dicho modelo el atributo coste generalizado, pues se tiene que su expresión es la siguiente:
$$GC = INVC + (INVT + TTIME) \cdot IVOT$$

El proceso de recogida de datos consiste en que cada uno de los 210 individuos encuestados realice una descripción de sus viajes entre las ciudades de Melbourne, Sydney y Canberra en términos de los atributos anteriores cuando el medio empleado para realizar estos viajes son el avión, el coche, el autobús y el tren. Una vez que se realiza esta descripción, el individuo selecciona el modo de transporte que prefiere para realizar los desplazamientos interurbanos mencionados y ofrece información acerca de tres datos personales (ingresos, tamaño de la unidad de viaje y percepción de su valor del tiempo). Cuando ya se dispone de estas respuestas y de la descripción de los perfiles y de los individuos, se aplica el modelo de preferencias correspondiente y se pondera la importancia de los diferentes atributos y características en la explicación del comportamiento observado de los individuos.

En los trabajos que se ha mencionado con anterioridad que han realizado también una explotación de estos datos (Hensher & Greene, 2002 y Louviere et al., 2002) se utiliza el coste generalizado de las alternativas como atributo explicativo de las decisiones observadas, el cual depende de los valores del tiempo revelados por los individuos (*IVOT*). Sin embargo, en este trabajo, y por considerar que estas revelaciones directas de los valores del tiempo pueden ser poco realistas, se propone que no participe del modelo el coste generalizado (*GC*), pero sí los tres atributos aparte del *IVOT* involucrados en su cálculo, esto es, el coste de viaje, el tiempo en el vehículo y el tiempo de transferencia (*INVC*, *INVT* y *TTME* respectivamente).

Una vez que se han introducido las alternativas de transporte entre las que deciden los individuos y se han definido los atributos que caracterizan a éstas y las características que se observan de cada individuo encuestado, y dado que se emplean en esta ilustración modelos jerárquicos de dos niveles, quedan por presentar las estructuras jerárquicas de agrupación de las cuatro alternativas disponibles. Los dos primeros modelos propuestos, formulaciones RU1 con y sin covarianzas heterogéneas, se aplican sobre una misma estructura jerárquica, la de la izquierda de la Figura 1, y el último de los modelos, formulación RU2, sobre la estructura jerárquica degenerada de la derecha.

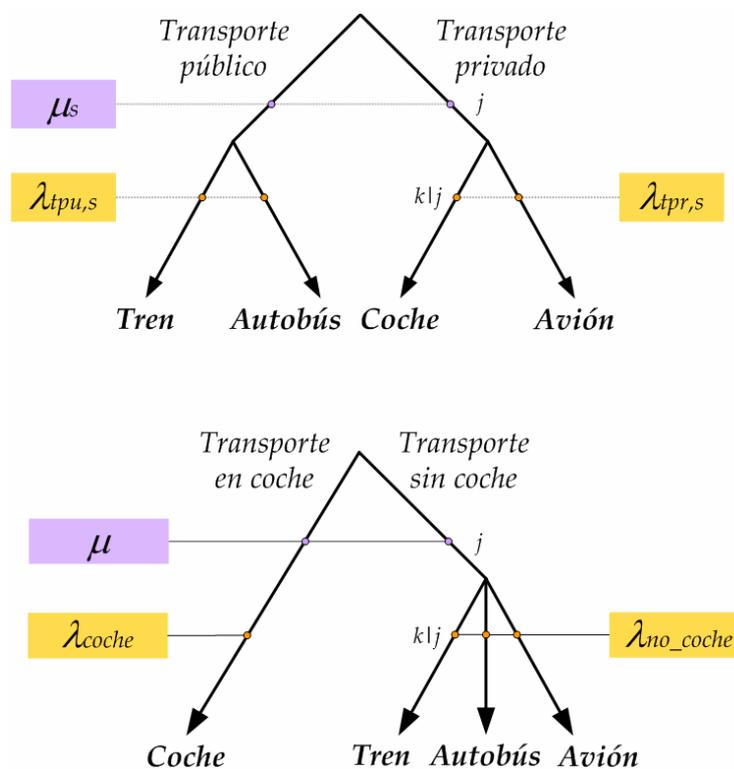


Figura 1. Estructura jerárquica de dos niveles para explicar decisiones de transporte interurbano

Obsérvese que en las dos estructuras de agrupación de las alternativas se consideran dos ramas, por lo que existen dos valores de inclusión para describir a la estructura en cada situación de decisión individual. El criterio de agrupación de la primera estructura es considerar los modos de transporte público y privado y el de la segunda separar al modo coche. La notación empleada también se refleja en las dos figuras anteriores, denotándose con klj a la alternativa k condicionada en su pertenencia a la rama j de la estructura.

2. Aplicación de modelos de tipo RU1 y covarianzas heterogéneas

Los modelos de covarianzas heterogéneas son herramientas de análisis que relajan los resultados de los modelos logit de tipo jerárquico al permitir la existencia de valores de inclusión diferentes en cada conjunto de decisión (Bhat, 1997). La implementación de esta heterogeneidad sobre un modelo logit jerárquico de dos niveles de tipo RU1 establece las siguientes probabilidades de elección para las alternativas disponibles al individuo:

$$P_{k,j} = \frac{\exp(\beta'x_{k|j})}{\sum_{f=1}^{K|j} \exp(\beta'x_{f|j})} \cdot \frac{\left(\sum_{f=1}^{K|j} \exp\left(\frac{\gamma'}{\tau_j} y_j + \beta'x_{f|j}\right) \right)^{\varphi_j}}{\sum_{g=1}^J \left(\sum_{f=1}^{K|g} \exp\left(\frac{\alpha'}{\tau_g} y_g + \beta'x_{f|g}\right) \right)^{\varphi_g}} ; \varphi_j = \tau_j \exp(\delta'z_j)$$

Las **probabilidades** se definen como sigue: $P_{k,j}$ es la probabilidad asignada por el modelo de elegir la alternativa k (que pertenece a la rama j), por ejemplo, la probabilidad asignada por el modelo de que se realice un viaje en autobús; $P_{k|j}$ es la probabilidad de elegir una alternativa k condicionada en su pertenencia a la rama j , esto es, siguiendo con el ejemplo, la probabilidad de que un individuo se desplace en autobús una vez que se conoce que se desplace en transporte público (Figura 1); por último, P_j es la probabilidad de elegir la rama j , esto es, la probabilidad de elegir el transporte público para realizar el desplazamiento.

Los **datos** con los que se cuenta en las expresiones de las probabilidades son los siguientes: el número de alternativas en la rama j ($K|j$), el número total de ramas (J), el vector con los valores de los atributos que describen a la alternativa k de la rama j ($x_{k|j}$) y el vector con los valores de los atributos propios de cada rama j de la estructura (z_j e y_j).

Los **parámetros a estimar** por el modelo son los vectores de parámetros de los atributos a nivel elemental y a nivel de rama, β y γ respectivamente, los J valores de inclusión *originales*, τ_1, \dots, τ_J , tantos como número de ramas, y el vector de parámetros que cuantifica el efecto de las características individuales sobre los valores de inclusión, δ . Los valores de inclusión reales que participan en las expresiones de la probabilidad anteriores son $\varphi_1, \dots, \varphi_J$, y su valor es conocido a partir de los parámetros τ_1, \dots, τ_J y δ y del vector de atributos z_j , pues se tiene que: $\varphi_j = \tau_j \exp(\delta'z_j)$, $j = 1, \dots, J$.

En términos de la ilustración expuesta en esta sección, sólo se considera una característica individual para permitir la heterogeneidad en los valores de inclusión, el ingreso anual de los individuos (*INGRAH*). La estructura jerárquica de dos niveles que se utiliza para permitir esta heterogeneidad es la que se representa en la Figura 1 y, por tanto, en términos de los parámetros que se muestran en esta figura, se tiene que:

$$\varphi_{PUBLICO} = \tau_{PUBLICO} \exp(\delta_{INGRAH} INGRAH) , \tau_{PUBLICO} = \mu / \lambda_{ipu}$$

$$\varphi_{PRIVADO} = \tau_{PRIVADO} \exp(\delta_{INGRAH} INGRAH) , \tau_{PRIVADO} = \mu / \lambda_{ipr}$$

Tampoco se consideran en las expresiones de la utilidad atributos específicos de las ramas, por lo que se tiene que $y_j = 0$.

Por otro lado, los atributos que se utilizan para describir a las cuatro alternativas de transporte disponibles al individuo en cada conjunto de decisión son los siguientes: coste del viaje

(*INVC*), tiempo en el vehículo (*INVT*), tiempo de transferencia (*TTIME*) y tamaño de la unidad de viaje (*TAMUV*). Este último atributo se incluye solamente en las expresiones de la utilidad de la alternativa avión, por lo que se le denomina (*TAMUV_A*). A cada uno de estos cuatro atributos el modelo asocia un parámetro que cuantifica su importancia en la explicación de las preferencias observadas. Los valores de estos parámetros son comunes entre alternativas y entre conjuntos de decisión.

En el modelo que se presenta se está interesado en considerar un parámetro adicional que mida específicamente la contribución del tiempo de viaje a la alternativa avión (*INVT_A*), por ser éste significativamente menor que para el resto de casos.

Asimismo, se consideran en el modelo constantes específicas para las cuatro alternativas de transporte. Por razones de identificación del modelo hay que fijar el valor de alguna de las constantes, proponiéndose la estimación de las constantes asociadas al tren (*TASC*), al autobús (*BASC*) y al avión (*AASC*), y haciendo nula la asociada al coche.

En total se tienen ocho atributos y ocho parámetros para describir a cada una de las alternativas k, j disponibles ($k=1, \dots, K | j=1, \dots, J$). Finalmente, incorporando los valores nulos para algunas alternativas de algunos de los atributos, las utilidades de las cuatro alternativas de transporte, disponibles a cada uno de los 210 individuos, se construyen en términos de los atributos y parámetros correspondientes de la forma que sigue:

$$\beta' \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{Tren|Publico} \\ \mathbf{x}_{Bus|Publico} \\ \mathbf{x}_{Avion|Privado} \\ \mathbf{x}_{Coche|Privado} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{TASC} \\ \alpha_{BASC} \\ \alpha_{AASC} \\ 0 \end{bmatrix} + \beta_{INVC} \begin{bmatrix} INVC_{Tren} \\ INVC_{Bus} \\ INVC_{Avion} \\ INVC_{Coche} \end{bmatrix} + \beta_{INVT} \begin{bmatrix} INVT_{Tren} \\ INVT_{Bus} \\ 0 \\ INVT_{Coche} \end{bmatrix} + \beta_{TTIME} \begin{bmatrix} TTIME_{Tren} \\ TTIME_{Bus} \\ TTIME_{Avion} \\ 0 \end{bmatrix} + \beta_{INVT_A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ INVT_{Avion} \\ 0 \end{bmatrix} + \beta_{TAMUV_A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ TAMUV \\ 0 \end{bmatrix}$$

Algo que no se destaca específicamente en la literatura relacionada con el software extendido para la estimación de modelos logit jerárquicos es la especificación de qué relaciones han de cumplir los valores de inclusión, esto es, los valores de $\varphi_{PUBLICO}$ y $\varphi_{PRIVADO}$ en nuestra ilustración, para garantizar la consistencia del modelo con la teoría de maximización de la utilidad aleatoria (*RUM*). Haciendo uso del conjunto de condiciones más generales para garantizar dicha consistencia, se tiene que para la aplicación de un modelo RU1 los valores de inclusión han de ser idénticos entre ramas, esto es, en el caso de la ilustración, se ha de cumplir que $\varphi_{PUBLICO} = \varphi_{PRIVADO}$.

Esta igualdad entre valores de inclusión hace que no sea posible, en general, considerar un vector de atributos diferente en cada rama de la estructura, $\mathbf{z}_{PUBLICO}$ y $\mathbf{z}_{PRIVADO}$, para definir a los valores de inclusión, y si se considera, en todo caso habría de cumplirse que:

$$\varphi_{PUBLICO} = \tau_{PUBLICO} \exp(\delta' \mathbf{z}_{PUBLICO}) = \tau_{PRIVADO} \exp(\delta' \mathbf{z}_{PRIVADO}) = \varphi_{PRIVADO}$$

Una forma de hacer cumplir estas igualdades es hacer que los que se han denominado anteriormente valores de inclusión *originales* sean iguales ($\tau_{PUBLICO} = \tau_{PRIVADO}$) y hacer también que el vector de atributos que pondera δ sea el mismo para cada rama, lo cual se consigue en la ilustración que se lleva a cabo estableciendo que $\mathbf{z}_{PUBLICO} = \mathbf{z}_{PRIVADO} = INGRAH$. Este resultado matiza lo establecido en LIMDEP (2003) sobre la implementación de heterogeneidad en los valores de inclusión de un modelo jerárquico.

Una vez realizada esta discusión acerca de la correcta especificación de los dos modelos de preferencias que se utilizan se procede a su estimación sobre la base de datos de transporte interurbano presentada con anterioridad. Finalmente, los resultados de la estimación de un modelo logit jerárquico, de tipo RU1, que considera las expresiones de la utilidad anteriores y

la estructura jerárquica de la Figura 1, son los que se exponen en la Tabla 1, donde el ajuste cuadrático alcanzado es $R^2 = 0.4188$:

| Parámetro | Uds. | Coficiente | Std.Err. | t-ratio | P-value |
|--------------------|-------|------------|----------|----------|---------|
| α_{TASC} | - | 3.4295 | 0.4299 | 7.9773 | 0.0000 |
| α_{BASC} | - | 2.7562 | 0.4280 | 6.4404 | 0.0000 |
| α_{AASC} | - | 6.6595 | 0.9783 | 6.8073 | 0.0000 |
| β_{INVC} | 1/€ | -0.0132 | 0.0062 | -2.1402 | 0.0323 |
| β_{INVT} | 1/min | -0.0060 | 0.0010 | -6.1263 | 0.0000 |
| β_{INVT_A} | 1/min | -0.0276 | 0.0056 | -4.9382 | 0.0000 |
| β_{TTIME} | 1/min | -0.0772 | 0.0086 | -9.0082 | 0.0000 |
| β_{TAMUV_A} | - | -0.6511 | 0.1754 | -3.7115 | 0.0002 |
| $\tau_{PUBLICO}$ | - | 1.1725 | 0.0076 | 154.2460 | 0.0000 |
| $\tau_{PRIVADO}$ | - | 1.1725 | 0.0076 | 154.2460 | 0.0000 |
| δ_{INGRAH} | 1/k€ | 0.0131 | 0.0003 | 45.0408 | 0.0000 |

Tabla 1. Resultados de un modelo logit jerárquico de dos niveles de tipo RUI-reducido y covarianzas heterogéneas para explicar decisiones de transporte interurbano

El ajuste cuadrático obtenido para este último modelo es mayor que el alcanzado por cualquiera de los 16 modelos estimados en Hensher & Greene (2002), independientemente de que algunos de estos 16, y en virtud de lo establecido en este trabajo, no sean consistentes con la teoría RUM. Nótese además que el número de variables utilizados es similar al empleado en el trabajo de referencia citado y que todas son significativas.

La imposición de la igualdad de los valores de inclusión se hace para garantizar la consistencia del modelo subyacente con la teoría RUM, y debido a que existen parámetros genéricos, esto es, aplicables a más de una alternativa. A continuación se realiza un análisis de esta consistencia con RUM a través del análisis de las 210 situaciones de decisión.

Al permitir covarianzas heterogéneas se observa la asociación de un valor diferente de los valores de inclusión a cada individuo, por lo que, formalmente, se habría de considerar la notación $\varphi_{PUBLICO}^s$, $\varphi_{PRIVADO}^s$, para $s=1, \dots, 210$. Así, en cada una de estas 210 situaciones de decisión, se puede llevar a cabo un análisis de la correcta especificación de los valores de inclusión.

En la Tabla 2 se exponen los criterios sobre el rango de los valores de inclusión que se emplean para medir esta consistencia, en relación a los distintos enfoques mencionados en la introducción, y el número de individuos que cumplen con cada uno de los criterios. Obsérvese cómo los resultados más generales se obtienen cuando se utiliza el enfoque de introducción sucesiva de sólo tres hipótesis (enfoque ISH3).

| Criterio para medir consistencia con teoría RUM | | Número de viajeros consistentes con RUM |
|---|-------------------------------------|---|
| McFadden (1978)-GEV | $0 \leq \varphi_j \leq 1$ | 0 |
| Daly & Zachary (1977) | $0 \leq \varphi_j \leq 1/(1 - P_j)$ | 26 |
| Introducción sucesiva de hipótesis | $0 \leq \varphi_j \leq 1.28$ | 104 |

Tabla 2. Número de viajeros para los que se garantiza su consistencia con la teoría RUM según diferentes criterios y para aplicación de modelo RUI con covarianzas heterogéneas

Por otro lado, si no se consideran covarianzas heterogéneas, esto es, si se tiene que $\delta = 0$, y se mantienen la misma estructura jerárquica y expresiones de las utilidades, los resultados que se obtienen se muestran en la Tabla 3 y son, como era previsible, algo peores que los anteriores, con $R^2 = 0.4133$.

| Parámetro | Uds. | Coficiente | Std.Err. | t-ratio | P-value |
|--------------------|-------|------------|----------|---------|---------|
| α_{TASC} | - | 3.3791 | 0.4986 | 6.7769 | 0.0000 |
| α_{BASC} | - | 2.7769 | 0.4767 | 5.8256 | 0.0000 |
| α_{AASC} | - | 6.7750 | 1.1743 | 5.7691 | 0.0000 |
| β_{INVC} | 1/€ | -0.0137 | 0.0059 | -2.3253 | 0.0201 |
| β_{INVT} | 1/min | -0.0058 | 0.0010 | -5.6493 | 0.0000 |
| β_{INVT_A} | 1/min | -0.0273 | 0.0058 | -4.6996 | 0.0000 |
| β_{TIME} | 1/min | -0.0756 | 0.0110 | -6.8973 | 0.0000 |
| β_{TAMUV_A} | - | -0.7112 | 0.2122 | -3.3521 | 0.0008 |
| $\tau_{PUBLICO}$ | - | 1.8129 | 0.3555 | 5.0995 | 0.0000 |
| $\tau_{PRIVADO}$ | - | 1.8129 | 0.3555 | 5.0995 | 0.0000 |

Tabla 3. Resultados de un modelo logit jerárquico de dos niveles de tipo RUI-reducido sin covarianzas heterogéneas para explicar decisiones de transporte interurbano

El número de individuos para los que se garantiza la consistencia de su proceso de decisión con la teoría RUM es más reducido en este caso para la utilización de cualquier enfoque diferente al ISH3 (Tabla 4).

| Criterio para medir consistencia con teoría RUM | | Número de viajeros consistentes con RUM |
|---|-------------------------------------|---|
| McFadden (1978)-GEV | $0 \leq \varphi_j \leq 1$ | 0 |
| Daly & Zachary (1977) | $0 \leq \varphi_j \leq 1/(1 - P_j)$ | 16 |
| Introducción sucesiva de hipótesis | $0 \leq \varphi_j \leq 1.28$ | 210 |

Tabla 4. Número de viajeros para los que se garantiza su consistencia con la teoría RUM según diferentes criterios y para aplicación de modelo RUI sin covarianzas heterogéneas

La conclusión principal que se deriva del análisis de esta primera formulación de modelos jerárquicos para estimar los factores que influyen en las decisiones de transporte interurbano es que la construcción de los modelos logit jerárquicos, con y sin covarianzas heterogéneas, y atendiendo a la introducción sucesiva de hipótesis, permite garantizar de manera más general la correcta especificación del modelo de acuerdo a los postulados de la teoría de maximización de la utilidad aleatoria.

3. Aplicación de modelo de tipo RU2

En el apartado anterior se han empleado dos modelos logit basados en una estructura jerárquica de dos niveles, considerando uno de ellos la posibilidad de incluir covarianzas heterogéneas. Las expresiones de la probabilidad que se han utilizado corresponden a la formulación RUI del modelo jerárquico y los dos modelos se han aplicado sobre las decisiones de una muestra de 210 individuos acerca de transporte interurbano en el sureste de Australia. En esta sección se utiliza la misma base de preferencias de transporte, pero se

propone la formulación RU2 para el modelo logit jerárquico de dos niveles que se utiliza. Las expresiones de la probabilidad de esta formulación son las siguientes:

$$P_{k,j} = \frac{\exp(\beta' \mathbf{x}_{k|j} / \tau_j)}{\sum_{f=1}^{K|j} \exp(\beta' \mathbf{x}_{f|j} / \tau_j)} \cdot \frac{\left(\sum_{f=1}^{K|j} \exp(\beta' \mathbf{x}_{f|j} / \tau_j) \right)^{\tau_j}}{\sum_{g=1}^J \left(\sum_{f=1}^{K|g} \exp(\beta' \mathbf{x}_{f|g} / \tau_g) \right)^{\tau_g}}$$

El significado de las probabilidades ($P_{k,j}$, $P_{k|j}$ y P_j), de los datos de los que se dispone ($\mathbf{x}_{k|j}$, $k=1, \dots, K|j$, $j=1, \dots, J$) y de los parámetros a estimar (β , τ_1, \dots, τ_j) es similar al realizado en el apartado anterior sobre aplicación de la formulación RU1.

Las expresiones de la utilidad son similares a las empleadas anteriormente, aunque no la estructura jerárquica sobre la que se construye el modelo, proponiéndose ahora una estructura degenerada que separa al coche del resto de modos de transporte (Figura 1). La degeneración proviene del hecho de que una rama está compuesta de una sola alternativa.

Obsérvese cómo la participación de los J valores de inclusión (τ_1, \dots, τ_j) en las expresiones de la probabilidad de esta formulación RU2 es diferente a la formulación RU1 presentada en el apartado anterior, y cómo no se permite ahora que estos valores de inclusión varíen entre individuos, esto es el modelo sólo calcula dos valores de inclusión, τ_{COCHE} y $\tau_{\text{NO_COCHE}}$, comunes a todos los individuos.

Por otro lado, esta formulación RU2 es, en general, más conveniente que la RU1, pues para garantizar la consistencia del modelo con la teoría *RUM* no se hace necesaria la imposición de idénticos valores de inclusión entre ramas.

Finalmente, los resultados de aplicar el modelo RU2 que se acaba de describir sobre las decisiones de los 210 individuos acerca del modo de transporte, son los que se presentan en la Tabla 5, donde se obtiene un ajuste de $R^2 = 0.4391$.

| Parámetro | Uds. | Coefficiente | Std.Err. | t-ratio | P-value |
|---------------------------|-------|--------------|----------|---------|---------|
| α_{TASC} | - | 4.7821 | 0.8240 | 5.8034 | 0.0000 |
| α_{BASC} | - | 3.9906 | 0.6956 | 5.7373 | 0.0000 |
| α_{AASC} | - | 9.6778 | 1.8402 | 5.2592 | 0.0000 |
| β_{INVC} | 1/€ | -0.0177 | 0.0080 | -2.1962 | 0.0281 |
| β_{INVT} | 1/min | -0.0077 | 0.0011 | -6.8221 | 0.0000 |
| $\beta_{\text{INVT_A}}$ | 1/min | -0.0351 | 0.0070 | -5.0055 | 0.0000 |
| β_{TTIME} | 1/min | -0.1138 | 0.0206 | -5.5152 | 0.0000 |
| $\beta_{\text{TAMUV_A}}$ | - | -1.0178 | 0.3295 | -3.0886 | 0.0020 |
| τ_{COCHE} | - | 1.0000 | 0.0000 | - | 0.0020 |
| $\tau_{\text{NO_COCHE}}$ | - | 1.2463 | 0.2797 | 4.4552 | 0.0000 |

Tabla 5. Resultados de un modelo logit jerárquico de dos niveles de tipo RU2 para explicar decisiones de transporte interurbano

Obsérvese como la mayor generalidad de la formulación RU2 puede explicar el hecho de que los ajustes obtenidos con este modelo sean mejores que los obtenidos con los dos modelos RU1 anteriores, pese a que las estructuras jerárquicas que se utilizan sean diferentes. Adicionalmente, al no permitirse ahora covarianzas heterogéneas, el análisis de la correcta especificación del modelo construido se puede hacer atendiendo directamente a los dos siguientes valores:

$$\tau_{COCHE} = 1/\lambda_{coche} = 1.0000, \quad \tau_{NO_COCHE} = 1/\lambda_{no_coche} = 1.2463$$

Tal y como se expone en la Tabla 6, de acuerdo al enfoque de McFadden (1978) o GEV el modelo no está correctamente especificado debido a que uno de los valores de inclusión es mayor que uno. Por su parte, el enfoque de Daly & Zachary (1977) requiere del cálculo de las probabilidades marginales P_{COCHE} y P_{NO_COCHE} en cada conjunto de decisión, resultando en que el modelo se comprueba consistente con *RUM* para 198 de los 210 individuos encuestados. Por último, y debido a que el enfoque de introducción sucesiva de hipótesis de este trabajo (enfoque ISH3) permite valores de inclusión de hasta 1.28, se tiene que bajo éste se garantiza la correcta especificación del modelo propuesto para el total de 210 individuos encuestados.

| Criterio para medir consistencia con teoría RUM | | Número de viajeros consistentes con RUM |
|---|-------------------------------------|---|
| McFadden (1978)-GEV | $0 \leq \varphi_j \leq 1$ | 0 |
| Daly & Zachary (1977) | $0 \leq \varphi_j \leq 1/(1 - P_j)$ | 198 |
| Introducción sucesiva de hipótesis | $0 \leq \varphi_j \leq 1.28$ | 210 |

Tabla 6. Número de viajeros para los que se garantiza su consistencia con la teoría RUM según diferentes criterios y para aplicación de modelo RU2

Por tanto, es sólo el enfoque propuesto en este trabajo el que garantiza la consistencia total del modelo construido con la teoría de maximización de la utilidad aleatoria (*RUM*) que se ha tomado como válida para describir el comportamiento de la población objeto del estudio, lo cuál prueba su mayor generalidad respecto al resto de enfoques.

4. Conclusiones

Se han analizado datos sobre decisiones de transporte interurbano en el sureste australiano que han sido objeto de varios trabajos en la literatura especializada, de entre los que se pueden destacar Hensher & Greene (2002) o Louviere et al. (2002). Sin embargo, y a diferencia de lo considerado en éstos, los modelos logit de tipo jerárquico que se han presentado en este trabajo sí que consideran heterogeneidad en los valores de inclusión entre ramas de la estructura jerárquica y entre diferentes individuos encuestados. La consideración de esta heterogeneidad, en cualquiera de sus dos expresiones (entre ramas o entre individuos), se ha probado que mejora los ajustes de las preferencias observadas.

Por otro lado, y también a diferencia de los trabajos referenciados, se ha debatido acerca de la correcta especificación de los diferentes valores de inclusión estimados, es más, se han establecido valores límite para esta heterogeneidad de acuerdo al cumplimiento de los modelos con la teoría *RUM*. Para calcular estos valores límite se han comparado los resultados de diferentes estrategias existentes en la literatura especializada (Daly & Zachary, 1977; McFadden, 1978) con los resultados del enfoque ISH3 propuesto en Ibáñez (2006). Así, se ha probado cómo los modelos empleados en esta ilustración sobre transporte interurbano sólo son consistentes en su totalidad con la teoría *RUM* si se adopta como criterio de análisis al enfoque ISH3 expuesto en este trabajo.

Referencias

- BEN-AKIVA, M., and S. LERMAN (1985): *Discrete Choice Analysis*. MIT Press.
- BHAT, C. R. (1997): *Covariance Heterogeneity in Nested Logit Models: Econometric Structure and Application To Intercity Travel*. *Transportation Research: Part B*, 31B, 11.
- DALY, A.J. and S. ZACHARY (1977): *Improved multiple choice models*. PTRC, London.
- GIL-MOLTÓ, M.J. and A. R. RISA (2004): *Tests for the consistency of three-level nested logit models with utility maximization*. *Economics Letters*, 85, pp133-137.
- HENSHER, D., and W. H. GREENE (2002): *Specification and Estimation of Nested Logit Models*. *Transportation Research Part B*, 36, 1-18.
- IBÁÑEZ, J. N. (2006): *Modelado de Decisiones de Transporte mediante Análisis de Elección Discreta y Diseño No Lineal de Experimentos*. Tesis Doctoral. Univ. de Sevilla.
- LIMDEP (2003): *Statistical packages LIMDEP v8.0 & NLOGIT v3.0*. Plainview, NY
- LOUVIERE, J., D. HENSHER, and J. SWAIT (2000): *Stated Choice Methods*. Cambridge.
- MCFADDEN, D. 1978): *Modelling the choice of residential location*. In Karlqvist, A. et al. (eds) *Spatial Interaction Theory and Residential Location*. N.Holland, Amsterdam, pp75-96
- TRAIN, K. E. (2003): *Discrete Choice Methods With Simulation*. Cambridge University Press