MODELOS DE PRECIOS DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA EN ESPAÑA: REVERSIÓN A LA MEDIA DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN

Solana, P.[1]; Sánchez, Mª J.[2];

[1] Departamento de Matemática Aplicada a la Ingeniería Industrial
Universidad Politécnica de Madrid
Correo-e: psolana@etsii.upm.es
[2] Departamento de Ingeniería de Organización, Administración de Empresas y Estadística
Universidad Politécnica de Madrid
Correo-e: mjsan@etsii.upm.es

RESUMEN

La modelización de los precios de la energía eléctrica negociados en el pool español está adquiriendo una importancia creciente para los diversos agentes de mercado, a medida que las medidas desreguladoras van siendo más efectivas. El volumen de datos significativos de que se dispone, si bien no muy extendido en el tiempo, proporciona ya una base sobre la que contrastar diversos modelos de evolución de los precios. Los modelos que se presentan aquí pretenden analizar el comportamiento de reversión a la media de los precios del pool, bien con un modelo simple de reversión o bien con un modelo de segundo orden (donde la magnitud de la fuerza restauradora del precio a un nivel promedio depende del propio nivel de precios). Ambos modelos de reversión a la media contemplan el efecto de un ruido blanco sobre la evolución promedio de los precios. Por otro lado, un aspecto importante derivado de la observación del comportamiento de los precios es el súbito incremento de los mismos por encima de los niveles esperables de un ruido blanco. Esto puede ser debido, por ejemplo, a la entrada en el mercado oferente de las unidades térmicas más caras (frente a aumentos puntuales de la demanda). El efecto de estos aumentos de precio repentinos se ha modelizado incluyendo un término estocástico de proceso de nacimiento y muerte en las ecuaciones. Los diversos modelos se ha evaluado y contrastado estadísticamente. Se considera que son un paso más en la elaboración de modelos más completos, que incluyan elementos endógenos al sistema de oferta y casaciones del mercado.

1 Introducción

El Estado ha tutelado tradicionalmente la actividad de las empresas de energía eléctrica por su importancia estratégica. El monopolio ``natural" de que han disfrutado las empresas de generación, transporte y distribución, con precios de la energía fijados por tarifa, se ha visto modificado en algunos países (Reino Unido, Suecia, Noruega, Finlandia, Holanda, Estados Unidos, Chile, Argentina y España, por ejemplo) como consecuencia de las tendencias liberalizadoras en la economía mundial y por el incremento de la eficiencia y descenso en la inversión inicial necesaria en la producción de energía eléctrica (turbinas con mejores curvas de caudal, permiso de la explotación del gas, centrales de ciclo combinado). Todo ello favorece la entrada de nuevos agentes oferentes en el mercado, realimentando el proceso liberalizador y justificando la existencia de un mercado de intercambio libre.

La liberalización del sector eléctrico trae consigo la separación de las actividades de generación, transporte y distribución. El grado de desintegración vertical existente hoy entre generadores y distribuidores es muy variable: en los países nórdicos la desintegración provoca que las empresas de distribución diversifiquen riesgos estableciendo alianzas con empresas de servicios de la más variada índole. En cualquier caso, tanto generación como distribución deben armarse de las herramientas necesarias para calibrar de forma adecuada su exposición al riesgo en los contratos de sus carteras. El análisis de riesgos parece configurarse como un elemento clave en la gestión de las empresas eléctricas en los entornos muy desregularizados, donde el mercado de derivados de la energía eléctrica está desarrollado.

En el corazón de la gestión de riesgos se encuentran dos elementos clave: el modelado de los precios y la valoración de los contratos derivados de la cartera de la empresa. Dentro del modelado de precios, cabe distinguir, grosso modo, entre modelado a corto plazo (predicción en días) y modelado a largo plazo (meses o años). El interés de los primeros modelos radica esencialmente en su capacidad predictiva inmediata, que permita planificar adecuadamente, por ejemplo, el funcionamiento de las centrales de generación. El modelado a largo plazo tiene una incidencia clara en la valoración de activos con vida media prolongada (de hecho, cualquiera de las centrales de producción), así como en la valoración de contratos con vencimiento en meses.

Los contratos derivados más usuales en el mercado eléctrico español (si bien escasos en volumen todavía) son las opciones sobre futuros y los swaps.

El objetivo del presente trabajo es presentar una serie de modelos de precios y brindar los elementos analíticos necesarios para su estimación de parámetros, de manera que se pueda contrastar su validez con los datos reales mediante la realización de forward testing sobre los mismos datos históricos.

2 Modelo de primer orden

El modelo del que se parte es el siguiente:

$$dP = k(\overline{P}\text{-}P)dt + \sigma\, dz$$

y lo que se pretende es, a partir de unos datos históricos, estimar los valores de los parámetros k, $\overline{P}$ y σ discretizando adecuadamente el proceso.

A tal efecto, necesitamos calcular en primer lugar la esperanza condicionada de P, que no es sino la solución a la ecuación diferencial

$$dP = k(\overline{P}\text{-}P)dt$$

es decir, la esperanza condicionada a la filtración en el tiempo t' es:

$$E[P] = \overline{P} + \exp[-k(t-t')](P_{t'} - \overline{P})$$

Usando métodos similares a los descritos en [1], se obtiene la varianza condicionada a la misma filtración:

$$Var[P\text{-}\overline{P}] = \frac{\sigma^2}{2k}(1\text{-}\exp[\text{-}2k(t\text{-}t')])$$

La formulación del modelo discreto debe ser consistente con los dos momentos calculados anteriormente. Es decir, se debe cumplir:

$$E[P_{t+\Delta t}] = \overline{P} + \exp[-k\Delta t](P_t - \overline{P})$$

$$Var[P\text{-}\overline{P}] = \frac{\sigma^2}{2k}(1\text{-}\exp[\text{-}2k\Delta t])$$

El modelo discretizado equivalente es, pues,

$$P_{t+\Delta t} - P_t = \overline{P}(1 - \exp[-k\Delta t]) + P_t(\exp[-k\Delta t] - 1) + \varepsilon_t$$

con ε_t distribuida normalmente con media cero y varianza

$$\frac{\sigma^2}{2k}(1\text{-}\exp[\text{-}2k\Delta t])$$

Se trata ahora de estimar los parámetros k, $\overline{P}$ y σ. A tal efecto, se realiza la regresión

$$P_{t+\Delta t} - P_t = a + bP_t + \varepsilon_t$$

con cualquier paquete estadístico (Statgraphics, por ejemplo) y se obtienen las estimaciones a^* y b^*.

En resumidas cuentas:

$$a^* = \overline{P}^*\left(1-\exp\left[-k^*\Delta t\right]\right)$$
$$b^* = \exp\left[-k^*\Delta t\right]-1$$

de forma que

$$\overline{P}^* = -\frac{a^*}{b^*}$$
$$k^* = \frac{-\ln(1+b^*)}{\Delta t}$$
$$\sigma^* = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{\ln(1+b^*)}{\Delta t\left[(1+b^*)^{2\Delta t}-1\right]}}$$

3 Modelo de segundo orden

El modelo del que se parte es el siguiente:

$$dP = k(\overline{P}\text{-}P)Pdt + \sigma P\, dz$$

El caálculo deirecto de los momentos muestra que es imposible representar el paso aleatorio mediante un AR. Sin embargo, el cambio $x=1\backslash P$ transforma la ecuación en

$$dx = k(1+sx)dt - x\sigma\, dz$$

con

$$s = \frac{2\sigma^2 - k\overline{P}}{k}$$

La esperanza de x es condicionada al instante t es:

$$E\left[x_{t+\Delta t}\right] = \frac{\exp\left[-ks\Delta t\right]\left(1+sx_t\right)-1}{s}$$

El siguiente proceso AR(1) tiene la misma esperanza condicionada:

$$x_{t+\Delta t} - x_t = \frac{1}{s}\left(\exp\left[-ks\Delta t\right]-1\right) + x_t\left(\exp\left[ks\Delta t\right]-1\right) + \varepsilon_t$$

Se realiza la regresión

$$x_{t+\Delta t} - x_t = a + bx_t + \varepsilon_t$$

y se obtiene:

$$s^* = \frac{b^*}{a^*}$$
$$k^* = \frac{a^*}{b^*} \frac{\ln(1+b^*)}{\Delta t}$$

La volatilidad, al ser el término que multiplica al proceso de Wiener de la forma $x\sigma$, se puede estimar de la forma

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} Var\left[\frac{\Delta x}{x}\right]}$$

lo que completa la estimación de parámetros del modelo de reversión a la media de segundo orden.

4 Reversión a la media de primer y segundo orden con saltos

Se trata a continuación de estudiar un factor adicional en los modelos: los saltos repentinos de precios observados ocasionalmente en el mercado eléctrico. Estos saltos pueden obedecer a muchas causas. Una de ellas, la escasa elasticidad de la curva de demanda y la consiguiente sensibilidad del precio de equilibrio del mercado a los cambios en la misma. En determinadas circunstancias, la curva de demanda puede moverse a la derecha para cortar a la de la oferta en la zona de disparo de las térmicas caras; si la cantidad de aguan en las reservas no es muy acusada, este movimiento puede, en efecto, obligar a la entrada en funcionamiento de las centrales de producción más costosas, aumentando de forma acusada el precio de equilibrio del mercado.

El fenómeno del aumento del precio se representa en el modelo como un proceso de Poisson añadido al proceso de Wiener generalizado (en este caso, a la reversión a la media de primer orden):

$$dP = \left[k(\overline{P}\text{-}P) - \lambda\delta\right]dt + \sigma\, dz + dq$$

donde

$$dq = \begin{cases} \phi \text{ con probabilidad } \lambda dt \\ 0 \text{ con probabilidad } 1 - \lambda dt \end{cases}$$

con $\delta = E[\phi]$. La discretización del modelo, eliminando el término *dq*, es similar a la desarrollada anteriormente, con un $\overline{P}$ modificado igual a $\overline{P}\text{-}\frac{\lambda\delta}{k}$. El eliminar el término *dq* para la discretización asume que dicho término no añade volatilidad al proceso.

Para el proceso de reversión a la media de segundo orden, se añaden los mismos términos:

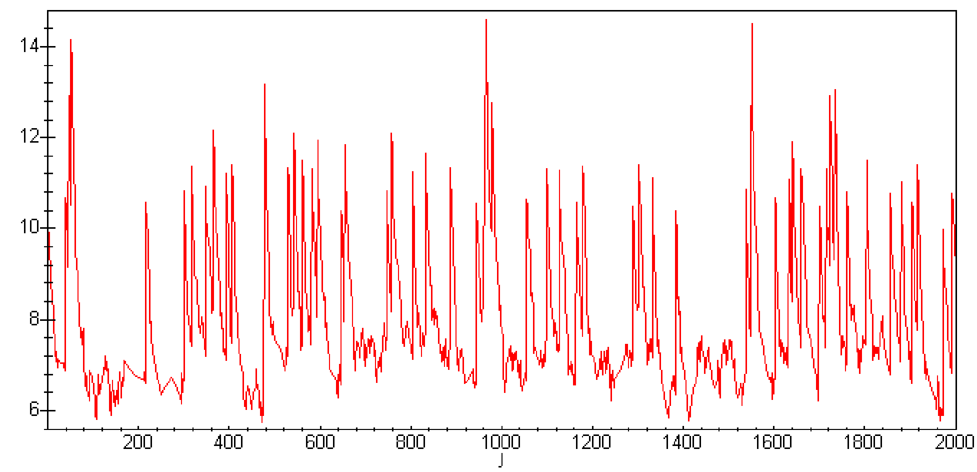
$$dP = P\left[k(\overline{P}\text{-}P) - \lambda\delta\right]dt + \sigma P\,dz + Pdq$$

teniendo en cuenta que, en este caso, los saltos han de ser más pronunciados a medida que el precio crece, al resultar la magnitud del salto proporcional al nivel de precios.

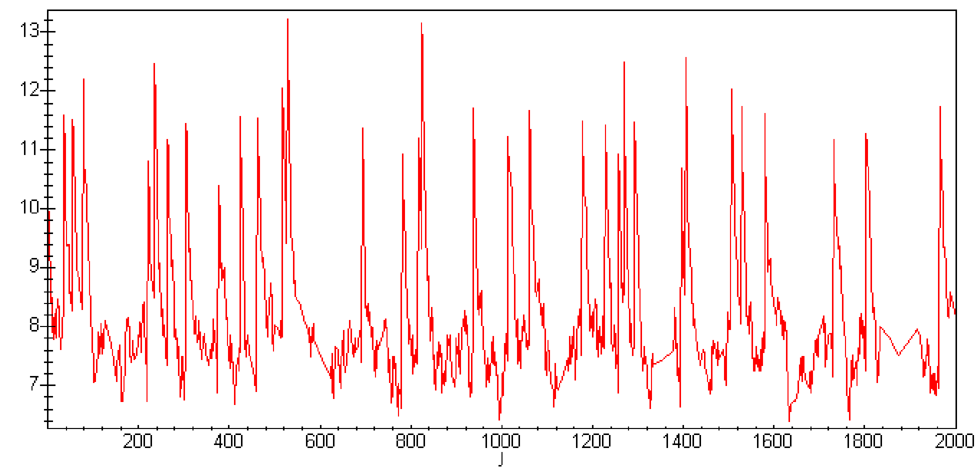
5 Resultados

Estimación de la frecuencia de Poisson

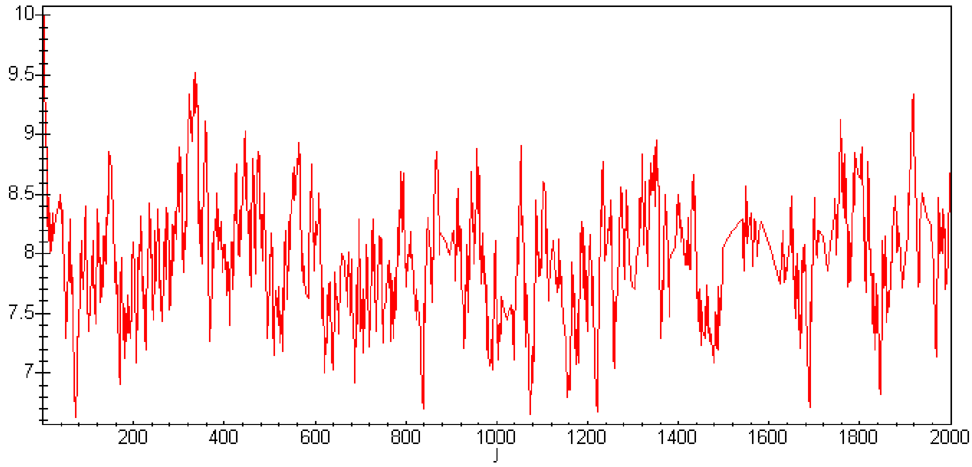
El programa simula el comportamiento de una serie con precio medio a largo plazo de 8 pesetas/kWh y saltos (siempre positivos y deterministas) de 4 pesetas/kWh con diversas frecuencia medias de saltos/día. El periodo es de 2000 días



Gráfica 1. Reversión a la media de primer orden con saltos de frecuencia media de 0.033/día.



Gráfica 2. Reversión a la media de primer orden con saltos de frecuencia media de 0.016/día.

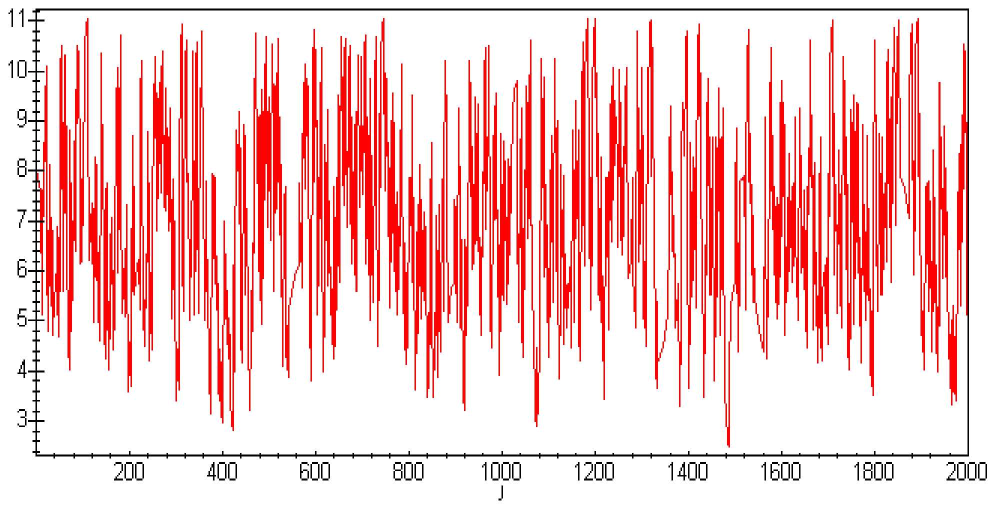


Gráfica 3. Reversión a la media de primer orden sin saltos.

El proceso de selección de la frecuencia de saltos adecuada se realiza como sigue:

- Se establecen las bandas de confianza para el proceso de reversión a la media sin saltos (en este caso, dentro del 95% se sitúan los niveles de precios de 9,45 y 6,55).
- Mediante varias simulaciones, se obtiene un valor promedio de las veces que los precios exceden del valor superior de la banda superior.
- Se compara, para varios valores de la frecuencia, con los datos reales, y se obtiene la frecuencia adecuada (0.24)

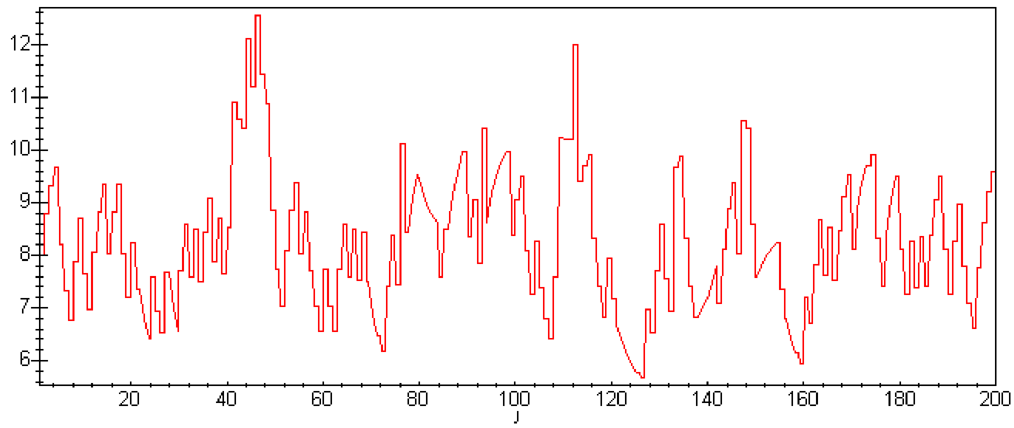
<u>Selección del orden de la reversión</u>



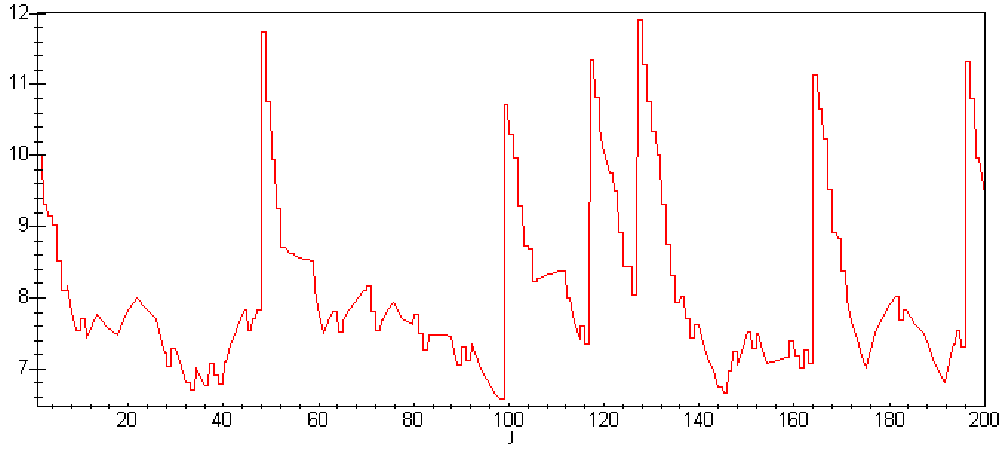
Gráfica 4. Reversión a la media de segundo orden sin saltos.

La gráfica anterior muestra que la reversión de segundo orden es significativamente más oscilante (a pesar de que los parámetros se han estimado de manera independiente), especialmente por la dependencia de la ‘fuerza de reversión’ con los niveles de precios.

Las siguientes gráficas muestran el efecto de la inclusión de los saltos en ambos modelos, para 200 días (con objeto de discriminar visualmente el tiempo de permanencia en niveles altos de precios y los niveles máximos alcanzados). Se supone en ambos casos la misma frecuencia de Poisson de 0.033.



Gráfica 5. Reversión a la media de segundo orden.



Gráfica 6. Reversión a la media de primer orden.

Las primeras conclusiones que se obtienen tras comparar preliminarmente el comportamiento de los modelos con los datos de mercado son:

- Parece existir un mejor comportamiento de la reversión de segundo orden en lo que se refiere a la estimación de permanencia en niveles superiores de precios
- La dependencia funcional de los parámetros en la reversión a la media de segundo orden es más coherente en las estimaciones futuras de niveles de precios que la de segundo orden, aunque las diferencias son pequeñas y probablemente no significativas.

Como trabajo inmediato, se debe:

- Analizar con precisión los errores en la estimación de parámetros con datos reales
- Estimar la fiabilidad de las predicciones con los modelos.

6 Referencias

[1] Ruiz, F.; Fernández, Mª C.; Solana P., Modelización de los precios de la energía eléctrica mediante distribuciones lognormal y modelos de reversión a la media, I Workshop de Ingeniería de Organización Bilbao, 21-22 de Septiembre de 2000

[2] Dixit, A., Pyndick R., Investment under uncertainity, Princeton University Press, 1994.