La Gestión de Colas en un Servicio de Urgencias Hospitalario. Un Enfoque Borroso.

Javier Puente[1], Paolo Priore[2], Raúl Pino[3], David de la Fuente[4].
[1] Dr. Ingeniero Industrial. E.T.S. Ingenieros Industriales de Gijón. jpuente@etsiig.uniovi.es
[2] Dr. Ingeniero Industrial. E.T.S. Ingenieros Industriales de Gijón. priore@etsiig.uniovi.es
[3] Dr. Ingeniero Industrial. E.T.S. Ingenieros Industriales de Gijón. pino@etsiig.uniovi.es
[4] Dr. Ingeniero Industrial. E.T.S. Ingenieros Industriales de Gijón. david@etsiig.uniovi.es

RESUMEN

Este trabajo expone una metodología que permite incluir borrosidad en los modelos tradicionales de Teoría de Colas para estudiar la calidad asistencial en un Servicio de Urgencias Hospitalario (S.U.H). Tras determinar la distribución de las llegadas de los pacientes y la de los tiempos asistenciales, se proponen tasas borrosas para ambos parámetros y se estima, mediante técnicas de simulación, el número óptimo de servidores con que debe contar el servicio para que no exista riesgo alguno de desestabilización del sistema. Este nuevo método, permite tener en cuenta potenciales perturbaciones en la estimación de los parámetros de entrada del sistema.

1. Introducción.

Son varios los factores que influyen en la saturación de los S.U.H: la atracción que ejerce sobre la población la tecnificación del medio hospitalario [1], el aumento de la frecuentación de estos servicios [2], el uso inadecuado de los mismos [3] y factores de tipo organizativo como la capacidad resolutiva del personal, la agilidad del servicio prestado o la propia organización del S.U.H; pero, en cualquier caso, siempre aparecen tiempos de espera inaceptables desde el punto de vista de la calidad del servicio, siendo el retraso en la atención una causa frecuente de quejas y reclamaciones que deteriora la imagen del servicio, de sus profesionales, y en definitiva, del centro hospitalario [4]. Además, el hecho de no poder influir directamente sobre la demanda del servicio hace que el método de análisis de los tiempos de espera deba centrarse en mayor medida en los factores de tipo organizativo.

La revisión de literatura en este ámbito pone de manifiesto tres posibles vías de análisis para el problema. La primera, basada en el estudio de tiempos medios de espera, facilita notablemente los cálculos, pero simplifica un fenómeno de naturaleza realmente compleja [1], [5], [6], [7]. La segunda es la Teoría de Colas, que permite identificar problemas, planificar equipos y realizar predicciones en cuanto a situaciones de congestión hospitalaria en diferentes servicios médicos y quirúrgicos [8], [9], [10], [11]. La tercera, la Simulación, permite crear modelos con los diferentes factores que influyen en los requerimientos de camas, siendo una de sus principales ventajas la posibilidad de modificar las condiciones del sistema, planteando diferentes escenarios para poder así observar el comportamiento del sistema en cada caso [12], [13].

El trabajo describe la metodología tradicional de Líneas de espera y de Simulación en el tratamiento de este tipo de problema para posteriormente proponer un método alternativo que permite incluir borrosidad en el mismo y que se ilustra con un caso real, así como las conclusiones que se pueden derivar de la aplicación de esta nueva metodología.

2. Metodología.

2.1. Teoría Tradicional de Líneas de Espera.

En un S.U.H., como en cualquier sistema de servicios, existen dos costes a tener en cuenta: el social, representado por el tiempo de espera para recibir un servicio, y el asociado al consumo de recursos humanos, financieros y materiales que requiere ese servicio [14]. Ambos costes tienen una correlación inversa y el problema es equilibrar ambos. Mediante la Teoría de Colas y/o la Simulación puede abordarse el problema, lo que permitirá determinar los niveles adecuados de los parámetros que caracterizan el sistema, a fin de equilibrar dichos costes. Posteriormente y con objeto de relajar las hipótesis del modelo de nuestro sistema (permitiendo tratar la incertidumbre inherente al mismo), puede considerarse la inclusión de borrosidad en sus principales parámetros.

En una línea de espera deben definirse seis elementos principales: La fuente de población, la estructura de las llegadas al sistema, las características de la cola que se forma, el modo en que se seleccionan los clientes de la cola, las características de la instalación de servicio, y la condición de salida del sistema por parte de un elemento [15], [16]. En los sistemas asociados a los S.U.H, la fuente de población se considera infinita pues tiene un gran tamaño en relación con la capacidad del sistema; las llegadas son incontrolables y será necesario identificar su estructura; se puede considerar una única cola de capacidad infinita; la disciplina de la cola es cronológica, por orden de llegada y también será preciso determinar la estructura del servicio; por último, el mecanismo de salida puede considerarse de reingreso a la población. Para el análisis subsiguiente, se toma como servidor, cada una de las camas de exploración que existen en el servicio. En cada caso, tendremos que estudiar si las tasas de llegada y servicio se ajustan a las descritas por alguno de los modelos analíticos básicos; en caso contrario, tendremos que recurrir a la Simulación para su análisis. Los principales resultados que proporciona un sistema en estado estable, esto es, cuando el sistema se vuelve independiente del estado inicial y del tiempo transcurrido, suelen presentarse bajo la siguiente notación [15]:

L: Número esperado de elementos en el sistema.
Lq: Longitud esperada de la cola (excluye los elementos que estén en servicio).
W: Tiempo de estancia en el sistema (incluido tiempo de servicio), para cada elemento.
Wq: Tiempo de espera en la cola (se excluye el tiempo de servicio), para cada elemento.

2.2. Inclusión de Borrosidad en los problemas de Líneas de Espera.

En fases tempranas de diseño de sistemas, los parámetros de entrada para los modelos matemáticos que los representan no son siempre bien conocidos para el analista, lo que implica que éste debe reflejar la incertidumbre asociada a su caracterización [17]. Cuando para manejar la incertidumbre asociada a los parámetros, se acude a su representación como intervalos de valores, la elección del ancho apropiado para los mismos es dificultosa. Considerar intervalos estrechos podría producir resultados más útiles, pero el riesgo de que el parámetro de entrada real no estuviese incluido dentro de dicho intervalo sería relativamente alto. Sin embargo, considerar intervalos más anchos, si bien disminuye dicho riesgo, hace que se obtengan resultados demasiado imprecisos en los intervalos que caracterizan a las salidas del modelo. Por tanto, sería deseable integrar anchos de intervalo variables al considerar diferentes niveles de riesgo dentro de un modelo [17]. Los números borrosos, como aplicación aritmética de los conjuntos borrosos, permiten representar los parámetros de un modelo asociando a cada intervalo de valores de éstos un determinado nivel de riesgo [18]. Así, una forma de abordar los problemas de Teoría de Colas podría consistir en considerar números borrosos para la tasa de llegada al sistema y la de servicio, lo que implica la consideración de diferente número de α-cortes en los mismos para poder operar aritméticamente con ellos.

Basándonos en todo lo anterior, se propone la siguiente metodología para el cálculo del número óptimo de servidores en un Sistema de Colas, bajo la consideración de que las tasas de llegada y servicio se representan como números borrosos triangulares denotados por $\bar{\lambda}$ y $\bar{\mu}$ respectivamente (Ver Figura 1).

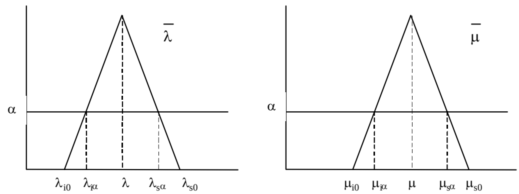

Figura 1 Tasas borrosas triangulares de llegada y servicio en una línea de espera

Puede observarse como para cada nivel de seguridad α, con $\alpha \in (0,1)$, se interceptan los alfa-cortes $[\lambda_{i\alpha}, \lambda_{s\alpha}]$ y $[\mu_{i\alpha}, \mu_{s\alpha}]$ correspondientes a las llegadas y servicio para dicho nivel. Nótese como para un nivel de certidumbre total (α=1) el problema de estudio sería el tradicional, al estar cuantificando de modo *crisp* la tasa de llegadas y la de servicio con los valores $\lambda_{i1} = \lambda_{s1} = (\lambda)$ y $\mu_{i1} = \mu_{s1} = (\mu)$, mientras que en el caso de máxima incertidumbre (α=0), es necesario definir los intervalos de mayor ancho correspondiente a tales tasas: $[\lambda_{i0}, \lambda_{s0}]$ y $[\mu_{i0}, \mu_{s0}]$. Esta última tarea, si bien incorpora cierta dosis de subjetividad en el modelo, permite relajar la consideración de tasas medias *crisp* en el mismo, haciéndolo más flexible y en cierto modo permitiendo reflejar una situación más fiel a la realidad.

Se asume que, pese a considerar borrosas las tasas medias de llegadas y de servicio, éstas siguen manteniendo la misma distribución que tenían cuando se consideraba el problema según la metodología tradicional. Así, si la tasa de llegadas considerada tradicionalmente siguiese una distribución exponencial de parámetro λ, cualquier valor considerado dentro de un alfa-corte de $\bar{\lambda}$: $[\lambda_{i\alpha}, \lambda_{s\alpha}]$ en el modelo borroso alternativo, también será considerado distribuido de modo exponencial.

En los modelos analíticos básicos tradicionales de la Teoría de Colas, una exigencia característica es la condición de estado estable [19], que nos advierte de la imposibilidad de que el sistema analizado tienda a formar colas infinitas. En determinados modelos de colas, un intuitivo indicador de dicha estabilidad es el hecho de que el cociente entre la tasa de llegadas y el producto del número de servidores por la tasa de servicio no supere la unidad, ya que en caso contrario el flujo de entrada sería mayor que el de salida del sistema, tendiendo la cola a hacerse infinita. De este modo, para un determinado número de servidores "s" y considerando estado estable, la influencia que tienen "λ" y "μ" en los principales parámetros de salida del modelo es clara e intuitiva, puesto que cuanto más cercano a la unidad sea el cociente $\lambda/s\mu$ mayor será la cuantía de tales parámetros de salida (mayores tiempos de espera en la cola y en el sistema y mayores longitudes de cola y sistema).

El análisis de esta situación en el modelo borroso que se propone para un número fijo de servidores "s" es el siguiente. Cuando el nivel de seguridad es α=1, el sistema de colas es el tradicional y por tanto los parámetros de salida a ese nivel son también *crisp*; por tanto, una vez determinados dichos parámetros, obtendremos los vértices superiores de los parámetros borrosos de salida correspondientes. Para cualquier otro nivel de seguridad α, se interceptan dos intervalos: $[\lambda_{i\alpha}, \lambda_{s\alpha}]$ y $[\mu_{i\alpha}, \mu_{s\alpha}]$, correspondientes a la tasas de llegada y servicio a dicho nivel. Por tanto, evaluar el sistema de colas al nivel α, implica encontrar los intervalos asociados a los parámetros de salida a ese nivel. Para ello, la evaluación de los extremos izquierdos de los parámetros de salida se obtendrá al considerar los valores $\lambda_{i\alpha}$ y $\mu_{s\alpha}$ de los intervalos de entrada, ya que cuanto más lenta sea la tasa de entrada y más rápida la de salida, los tiempos de espera y las longitudes de cola y sistema serán mínimos. Igualmente, para evaluar los extremos derechos de los parámetros de salida, se considerarán los valores $\lambda_{s\alpha}$ y $\mu_{i\alpha}$ de los intervalos de entrada puesto que para la llegada más rápida y el servicio más lento, las magnitudes de los parámetros de salida serán máximos (este proceso puede observarse gráficamente en la Figura 2). Al seguir este proceso, puede darse el caso de que para algún α, el extremo derecho del intervalo de salida tienda hacia infinito por no darse la condición de estado estable; en tal situación, es evidente el riesgo que existe a ese nivel α de generación de colas infinitas.

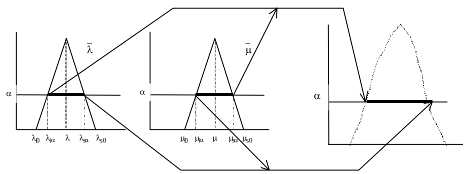

Figura 2. Obtención del Intervalo de un parámetro de salida de la cola al nivel α

Extendiendo este procedimiento para tantos alfa-cortes como se quieran considerar, se obtendrán otros tantos intervalos para cada parámetro de salida del sistema de colas. Así, componiendo los intervalos de cada parámetro para todos sus niveles, se obtendrán los números borrosos aproximados correspondientes a dichos parámetros: $\tilde{L}, \tilde{L}q, \tilde{W}$ y $\tilde{W}q$. Por tanto, el procedimiento de evaluación de los parámetros de salida del sistema, a partir de los pares $(\lambda_{i\alpha}, \mu_{s\alpha})$ y $(\lambda_{s\alpha}, \mu_{i\alpha})$ en cada nivel α de seguridad, podrá ser analítico (cuando el modelo que se analice se ajuste a alguno de los modelos básicos descritos en la literatura) o de simulación, (si no se diese tal ajuste).

3. Estudio Empírico: Descripción del Sistema, Recogida de datos y Resultados.

El presente trabajo fue realizado en el Servicio de Urgencias del Hospital de Cabueñes de Gijón, de referencia del Área Sanitaria V de Asturias y dotado de 494 camas útiles [20]; cubre una población de 289.379 habitantes que es fundamentalmente urbana y muy concentrada en torno al espacio físico de influencia de la ciudad de Gijón [21].

El proceso de atención del paciente en el Servicio, ha sido modelizado como un sistema de colas, constituido por una cola única y múltiples servidores en paralelo. Como servidor se ha considerado cada una de las camas de exploración de que consta el Área de Urgencias Generales (A.U.G.), y que en el momento actual es de 11.

Para estudiar los parámetros relativos a un determinado número de servidores s, es preciso determinar la estructura y el valor de la Tasa de Llegadas al sistema, λ (llegadas promedio por unidad de tiempo), así como los de la Tasa de Servicio μ (pacientes promedio a quienes se completa el servicio por unidad de tiempo). A partir del cálculo de ambas tasas determinaremos los parámetros fundamentales del sistema, esto es: Wq, W, Lq y L. Una vez determinadas ambas tasas, podremos realizar el estudio de colas para un variable número de servidores hasta que se estabilicen los parámetros claves del sistema; esto es, buscaremos los tiempos óptimos de estancia en la cola y en el servicio, así como el número óptimo de pacientes en la cola y en el servicio.

3.1. Tasa de Llegadas.

Para determinar la Tasa de Llegadas, se recogieron datos de llegada de pacientes al sistema a lo largo de todas las horas del día durante siete días de cada mes del año de estudio, comprendido entre el 15 de Noviembre de 1999 y 14 Noviembre de 2000. La fuente de datos fue el listado diario de pacientes atendidos por horas del Servicio de Admisión. El horario considerado para la realización de los cálculos fue de 8 a 22 horas, donde la afluencia de pacientes es mayor y que por tanto, permite obtener una Tasa de Llegadas más favorable del lado de la seguridad. Mediante la prueba chi-cuadrado se obtuvo un buen ajuste de la estructura de las llegadas para una distribución de Poisson de parámetro: 3,11 llegadas/hora. ($p<0.05$).

3.2. Tasa de servicio.

Para determinar la Tasa de Servicio y su estructura, se recogieron datos de los tiempos de asistencia de 662 pacientes obtenidos mediante muestreo aleatorio sistemático, correspondiendo dicho tiempo a la diferencia entre el instante de ubicación del paciente en su cama exploratoria, y el abandono de la misma tras recibir el alta de urgencias, es decir, el tiempo que estuvo el servidor (cama) ocupado por cada paciente. También mediante la prueba chi-cuadrado se obtuvo un buen ajuste de la estructura del servicio para una distribución de Erlang de parámetro de forma 4 y media 0,33 horas por paciente ($p<0.05$). El cálculo del tamaño muestral se realizó sobre un universo de 21.000 pacientes, que fueron los valorados en el A.U.G. durante el año anterior al estudio; se utilizó una proporción característica del 50%, un nivel de confianza del 95%, y un error estándar del 3,75% resultando un total de 662 pacientes, de los que 523 llegaron en horario de 8 a 22 horas.

3.3. Simulación. Resultados.

A la vista de la estructura de estas tasas, y dado que el número de servidores a analizar es mayor que uno, se recurrió a la Simulación para encontrar los principales parámetros de salida del sistema. Así, una vez analizado el modelo representativo del sistema con el programa HOM [22], y en la situación actual, es decir con 11 camas, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

L: nº esperado de pacientes en el sistema en un instante dado, es decir, esperando y siendo atendidos (11,24).

W: tiempo de espera en el sistema para cada paciente (3,61 horas).

Lq: nº de pacientes esperando para ser atendidos (1,87).

Wq : tiempo de espera en la cola para cada paciente (0,60 horas).

Seguidamente se simuló el comportamiento del sistema para diferente número de servidores, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 1.

Nº servidores	9	10	11	12	13	14	15
L	∞	16,74	11,24	10,11	9,7	9,52	9,44
W (h)	∞	5,38	3,61	3,25	3,12	3,06	3,04
Lq	∞	7,37	1,87	0,73	0,32	0,15	0,07
Wq (h)	∞	2,37	0,60	0,24	0,10	0,05	0,02

Tabla 1: Parámetros del sistema y de la cola en función del número de servidores.

3.4. Consideración de Tasas de Llegada y Servicio Borrosas. Nuevos resultados.

Se consideraron tasas de llegada y servicio borrosas con un ancho del 15% alrededor de cada tasa *crisp* tradicional en el nivel α=0, con el fin de recoger la potencial variabilidad de dichas tasas (según los promedios de cada uno de los doce meses para la tasa de llegadas y la variabilidad de tiempos asistenciales de la muestra de pacientes para la tasa de servicio). Con ello, los NBT correspondientes fueron (2.64; 3.11; 3.58) para la tasa de llegadas y (0.282; 0.332; 0.381) para la tasa de servicio. A partir de estas tasas y siguiendo la metodología descrita en el apartado anterior, se simuló el comportamiento del sistema en el mismo programa HOM a fin de obtener los borrosos correspondientes a los parámetros de salida para diferente número de servidores. La tabla 2 muestra los pares de entrada considerados en las simulaciones del programa. En las Figuras 3 a 6, se ilustran los resultados obtenidos para estos parámetros para un número de servidores entre 10 y 15.

λ	2,64	2,76	2,88	2,99	3,11	3,23	3,34	3,46	3,58
μ	0,38	0,37	0,36	0,34	0,33	0,32	0,31	0,29	0,28

Tabla 2. Pares de entrada (λ, μ) para la simulación

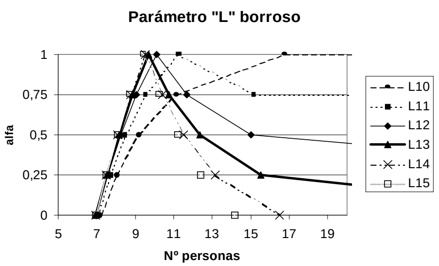

Figura 3. Evolución del parámetro "L" borroso

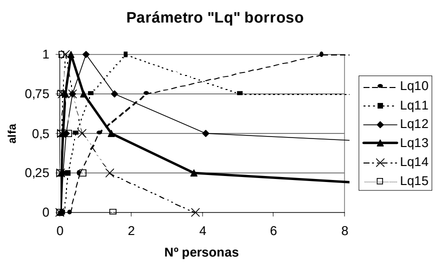

Figura 4. Evolución del parámetro "Lq" borroso

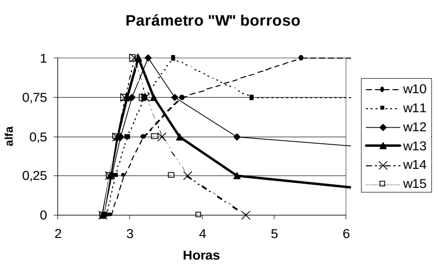

Figura 5 Evolución del parámetro "W" borroso

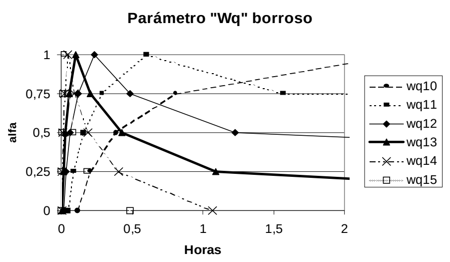

Figura 6. Evolución del parámetro "Wq" borroso

En todos los parámetros se obtuvieron valores finitos a partir de 13 servidores (huecos de exploración) en cualquier α considerado. Con 12 servidores se obtuvieron magnitudes de los parámetros tendentes a infinito para valores α<0.25 y con 11 servidores para valores α<0.75.

3.5. Discusión de resultados.

Según la metodología tradicional, cualquier disminución del número de huecos exploratorios acarrearía un atasco continuo del Servicio en el caso de que su número fuese inferior a 10. Así, la inversión requerida para la ampliación de nuevos huecos no parece compensar la reducción de los parámetros críticos de las colas como queda demostrado mediante los cálculos efectuados para 12 ó más servidores. Un aumento del número de huecos, no se traduce en una mayor fluidez en el drenaje de pacientes, puesto que se alcanza una meseta en el número de personas en el sistema y en la cola y en los tiempos de espera. Por tanto, mientras no disminuya la tasa de servicio, no parece que sea posible solventar la congestión que se produce en urgencias en las horas punta.

La metodología que se propone al considerar tasas de llegada y servicio borrosas permite flexibilizar la estimación del tiempo entre llegadas y el del servicio prestado y a nuestro juicio, acerca el modelo a la realidad asistencial al relajar las restricciones del problema. Las simulaciones efectuadas ponen de manifiesto el peligro que entraña considerar un número de huecos inferior a 13 para prestar el servicio. En las Figuras 3 a 6, puede observarse como la consideración de 11 servidores que propone la metodología tradicional, hace salir al sistema de la estabilidad pues las magnitudes de todos los parámetros de salida tienden a infinito para valores de $\alpha<0.75$. Esto supone que para pequeñas oscilaciones en la tasas de llegada y/o salida respecto a su valor *crisp* tradicional, el sistema no está dimensionado adecuadamente. Con todo, parece apropiado disponer de al menos 13 camas para no asumir riesgo alguno en la posibilidad de congestión del servicio. Lógicamente, el aumento del número de camas actual (11) al propuesto (13) supondrá una inversión con la que a priori es preciso contar para evitar congestiones en el servicio y habrá que considerar si incorporar un número mayor de unidades de observación hace disminuir la suma del coste del servicio instalado más el coste social de la espera. Éste último coste es de difícil cuantificación, y aunque se requerirían datos detallados sobre estos costes para poder determinar la conveniencia de aumentar el número de huecos por encima de 13, intuitivamente se puede observar que las disminuciones conseguidas en los parámetros de salida del sistema son de poca cuantía al aumentar sucesivamente el número de servidores por encima de dicho número (tanto en la metodología tradicional como en la borrosa se alcanzan mesetas en los parámetros de salida).

4. Conclusiones.

En este trabajo se ha abordado el análisis de un sistema de colas en un servicio de urgencias hospitalario real. El estudio ha puesto de manifiesto que la consideración tradicional o *crisp* para las tasas medias de llegada y servicio del sistema conduce, vía simulación, a establecer once huecos de observación para la atención de los pacientes sin deterioro de la calidad asistencial. Establecer un número menor, podría ocasionar retrasos y aglomeraciones sustanciales (por la tendencia a infinito de los parámetros de salida del modelo), y establecer un número mayor de huecos no redunda en un mayor y significativo drenaje de pacientes (ya que los parámetros de salida tienden a estabilizarse).

Sin embargo, puede resultar útil caracterizar los parámetros del sistema como números borrosos para poder incluir la imprecisión inherente a la estimación de los mismos. De este modo, al asociar niveles de riesgo crecientes a intervalos de valores de entrada cada vez más estrechos (intervalos que representarían la estimación de las tasas de llegada y servicio del sistema), los parámetros que devuelve el sistema también asociarán diferentes niveles de riesgo a los intervalos de valores de dichos parámetros. La consideración borrosa, mediante números borrosos triangulares, de la tasa de llegadas y servicio del sistema conduce al establecimiento de trece huecos de exploración (en lugar de los once de la metodología tradicional) como número óptimo. Este número de huecos permitiría que el sistema fuese más flexible ante posibles distorsiones del valor estimado para las tasas de llegadas y de servicio del sistema, puesto que para todos los grados de riesgo se alcanzan valores finitos en sus parámetros de salida.

Referencias.

[1] Campillo, J., Mendieta, J.M., Motábes E. “Estudio de tiempos en el área de urgencia hospitalaria”. *Gaceta Sanitaria* 1992; 6: 113-116.

[2] Benayas, M.; Ayerra, I.; Montoya, J.; Beranguel, A.; Cervantes, R.; Martínez, J.M. (1995). “Urgencias hospitalarias: las cifras del abuso”. *Emergencias*. 7: 133-137.

[3] Ureña, V. (1997). “Claves para garantizar la calidad de la atención urgente”. *Calidad Asistencial*. 12: 240-258.

[4] Fernández de Simón, A.; Montilla M.A.; Garrido, I.; Montero, E.; Navarro A.; Caballero, A. (1997). “Control de calidad en un servicio de urgencias: aproximación mediante el análisis de las reclamaciones presentadas”. *Emergencias*. 9: 244-245.

[5] Lloret, J.; Colominas, M.; Puig, X.; Pujol, J. (1984). “Temps D’estada dels malats mèdics al servei d’urgencies d’un hospital general: evolució durant els darrers dos anys”. *Gaceta Sanitaria*. 16:155-159.

[6] Graff, L.G.; Wolf, S.; Dinwoodie, R.; Buono, D.; Mucci, D. (1993). “Emergency phisician workload: a time study”. *Ann Emerg Med*. 22: 1156-1163.

[7] Etxebarría, M.J.; Silvestre, C.; Moros, M.A.; Aréjola, J.M.; Agorreta, J.; Oliván, A. (1997). “Estudio de los tiempos de permanencia en urgencias de los pacientes de medicina interna como instrumento de mejora de calidad”. *Calidad Asistencial*. 12: 372.

[8] Calderón, R. (1991). “Mercado sanitario de urgencias: costes económicos y sociales. El caso del hospital Pío del Río Hortega de Valladolid”. *Tesis doctoral. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*. Universidad de Navarra.

[9] Tejero, S. (1990). “Políticas de asignación óptima en sistemas de colas. Su aplicación al departamento de radiodiagnóstico de un centro hospitalario”. *Tesis doctoral. Facultad de Ciencias*. Universidad de Navarra.

[10] López de Vicuña, F. (1995). “El enfoque analítico de las listas de espera hospitalarias. El caso del Hospital Aránzazu de San Sebastián”. *Tesis doctoral. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*. Universidad de Deusto.

[11] Huang, X.M. (1995). “A planning model for requirement of emergency beds”. *IMA J Math Appl Med Biol*.12: 345-353.

[12] Mc Guire, F. (1997). “Using simulation to reduce length of stay in emergency departments”. *J Soc Health Syst*. 5 (3) : 81-90.

[13] Saunders, C.E.; Makens, P.K.; Leblank, L.J. (1989). “Modeling emergency department operatios using advanced computer simulation systems”. *Ann Emerg Med*. 18: 134-140.

[14] Prawda, J. (1981). “Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones”. México D.F.: Limusa.

[15] Cooper, R.B. (1981). “Introduction to Queueing Theory2. 2nd ed. New York: McMillan.

[16] Gross, D.; Harris, C.M. (1985). “Fundamentals of queueing theory”. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons.

[17] Lüthi, J; Haring, G. (1997). “Fuzzy Queueing Network Models of Computing Systems”. *Proceedings of the 13th United Kingdom Workshop on Performance Engineering of Computer and Telecommunication Systems* (July 24, 1997, Ilkley, UK), Edinburgh University Press.

[18] Kaufmann, A; Gupta, M. (1988). “Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science”. North Holland, Amsterdam.

[19] Hillier, F.S.; Lieberman, G.J. (1991). “Introduction to Operations Investigation”. México D.F. : MacGraw-Hill Interamericana.

[20] INSALUD. Instituto Nacional de la Salud. Memoria del Área V del Principado de Asturias 1999.

[21] SESPA. Servicio de Salud del Principado de Asturias, Memoria 1999.

[22] Moses, M.A.; Seshardi, S.; Yakir, M. (1999). “HOM Operations Management Software for Windows”. Irwin - Mc Graw Hill, New York University.