Nuevo Método para la Resolución del Problema de Transporte

Francisco López Ruiz [1], Germán Arana Landín [2]

[1] Doctor Ingeniero Industrial, Departamento Organización de Empresas, E.U.I.T.I.-San Sebastián-UPV, oeploruf@sc.ehu.es

[2] Ingeniero de Organización Industrial, Departamento Organización de Empresas, E.U.I.T.I.-San Sebastián-UPV, oeparlag@sc.ehu.es

RESUMEN

Una vez formulado el modelo matemático del problema de transporte, el siguiente paso es resolver el modelo para obtener los mejores valores numéricos de las variables de decisión. Por tanto, definido el modelo, se podrá elegir un método apropiado para resolverlo. En el problema de transporte, estos métodos pertenecen a uno de estos dos tipos: óptimos y heurísticos. Este artículo aporta un nuevo método para la resolución del problema de transporte, basado en los métodos óptimos.

1. INTRODUCCION AL PROBLEMA DE TRANSPORTE

Este problema fue planteado y resuelto por F. L. Hitchcock [1] con anterioridad a la formulación del concepto general de la programación lineal siendo debido a G. B. Dantzig [2] la aplicación de la programación lineal a la resolución del problema de transporte mediante el método general del Simplex. Los métodos de resolución de este problema pertenecen a uno de estos dos tipos:

-Métodos óptimos, que mediante la utilización de algoritmos matemáticos permiten obtener los mejores valores para las variables de decisión, es decir, aquellos valores que satisfacen simultáneamente todas las restricciones y proporcionan el mejor valor para la función objetivo.

-Métodos heurísticos, que permiten obtener valores para las variables de decisión que satisfacen todas las restricciones. Aunque no necesariamente óptimos, estos valores proporcionan un valor aceptable para la función objetivo.

Cada una de estos métodos presentan ventajas e inconvenientes. El presente artículo aporta un nuevo método para la resolución del problema de transporte basado en la primera de las alternativas.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El objetivo de los modelos de transporte es determinar la cantidad de productos o mercancías que se deben enviar desde cualquier grupo de centros de abastecimiento llamados orígenes, a cualquier grupo de centros de recepción llamados destinos, teniendo en cuenta las restricciones propias del problema referidas a las disponibilidades de los centros de abastecimiento y las demandas de los centros de destino, de manera que se minimicen los costes totales de transporte o distribución. Los orígenes pueden ser fábricas, almacenes o cualquier punto o lugar desde el que se quiera enviar mercancías o productos. Los destinos son los puntos o lugares en donde se reciben dichas mercancías o productos.

3. RESOLUCION MEDIANTE UN PROGRAMA LINEAL

En general, un problema de transporte se especifica [3] mediante los siguientes datos:

-Un conjunto de m puntos de origen o puntos de abastecimiento, siendo s_i la cantidad de unidades de producto disponibles en el origen i, con i=1, 2, ...,m.

-Un conjunto de n puntos de destino o puntos de demanda, siendo d_j la cantidad de unidades de producto, demandadas por el destino j, con j=1, 2,.....,n.

-c_{ij} = coste de enviar una unidad de producto desde el punto de origen i al punto de destino j.

Cuando se verifica que: $\sum_{i=1}^{i=m} s_i = \sum_{j=1}^{j=n} d_j$ significa que el total de disponibilidades en origen es igual al total de las cantidades demandadas en destino y, por tanto, se dice que el problema es equilibrado. En consecuencia, la formulación matemática del problema de transporte en su forma estándar (equilibrado) es:

$$\min\ z = \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=1}^{j=n} c_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{j=n} x_{ij} = s_i \quad \text{(i=1, 2,....,m); (restricciones en origen)} \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{i=m} x_{ij} = d_j \quad \text{(j=1, 2, ...,n); (restricciones en destino)} \qquad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0; \quad \text{(i=1, 2, ...,m / j=1, 2, ...,n)} \qquad (4)$$

4. METODO DE RESOLUCION PROPUESTO.- Método mixto (SE+PL)

El método propuesto en este artículo para la resolución del problema del transporte denominado Método Mixto (SE+PL), consta de tres fases y está dentro de los llamados métodos óptimos. La Fase 1 (SE), consiste en la resolución de un sistema de (m+n) ecuaciones lineales con (m.n) incógnitas, correspondientes a las (m+n) restricciones y a las (m.n) variables o incógnitas x_{ij} del problema de transporte. En la Fase 2 (PL) se construye un programa lineal con las soluciones obtenidas en la Fase 1. La Fase 3 trata de resolver mediante el método Simplex el programa lineal (PL) obtenido en la Fase 2, para tratar de obtener la solución óptima (SO) del problema de transporte.

4.1 Fundamentos del método propuesto

4.1.1 Fase 1

Se basa en la Teoría General de Sistemas de Ecuaciones Lineales [4]. Consiste en determinar la forma de la solución general de un sistema de (m+n) ecuaciones lineales con (m.n) incógnitas, utilizando los conceptos de rango de un sistema de ecuaciones (que en el problema de transporte es igual a m+n-1) y el teorema de Rouché-Frobenius (el problema de transporte es compatible indeterminado). De acuerdo con el Método General de Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales (MGRSEL), se trata de determinar las expresiones que relacionan ciertas variables llamadas básicas en función de otras variables llamadas no básicas, es decir, expresiones de la forma:

$$(m+n-1) \text{ variables } x_{ij} \text{ básicas} = f\,[m.n-(m+n-1)] \text{ variables } x_{ij} \text{ no básicas} \quad (5)$$

La obtención de estas expresiones puede ser llevada a cabo mediante diferentes métodos de resolución [5] entre los que cabe indicar la regla de Cramer, el método de reducción de Gauss y el método de Jordan. El presente artículo aporta un nuevo método de resolución de un sistema de ecuaciones lineales basado en un algoritmo diseñado específicamente para el problema de transporte, que permite obtener (m+n-1) expresiones en la forma (5). El algoritmo parte de:

1.- Función a minimizar: $$z = \sum_{i=1}^{i=m}\sum_{j=1}^{j=n} c_{ij}x_{ij}$$

2.- Sistema de (m+n) ecuaciones lineales, siendo: i = 1,….,m j=1,.....,n

$$\begin{array}{ll}
x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} = s_1 & i = 1 \\
x_{21} + x_{22} + ... + x_{2n} = s_2 & i = 2 \\
.... & .... \\
x_{m1} + x_{m2} + ... + x_{mn} = s_m & i = m \\
x_{11} + x_{21} + ... + x_{m1} = d_1 & j = 1 \\
x_{12} + x_{22} + ... + x_{m2} = d_2 & j = 2 \\
.... & .... \\
x_{1n} + x_{2n} + ... + x_{mn} = d_n & j = n
\end{array}$$

Los pasos del algoritmo son:

Paso 1.- En la función z elegir la variable x_{ij} afectada del mayor coste c_{ij} (en caso de igualdad entre dos o más variables, elegir la variable con menor índice de fila). Para dicha variable elegida determinar sus índices de fila (i) y de columna (j). A continuación, ir al paso 2. Cuando en la función z sólo quede una variable a elegir, ésta será la última variable básica. Ir al paso 10. En caso contrario, ir al paso 2.

Paso 2.- Si en el primer miembro de una de las dos ecuaciones de índices i o j de la variable del paso 1 figura sólo dicha variable, ésta será variable básica. Ir al paso 3. En caso contrario, ir al paso 4.

Paso 3.- Eliminar en la función z la variable x_{ij} del paso 1. En la ecuación de índice i o j donde la variable x_{ij} del paso 1 no figura sóla en el primer miembro, pasarla al segundo miembro, sustituyéndola por su expresión equivalente obtenida en la ecuación donde figura sóla en el primer miembro. Ir al paso 10.

Paso 4.- En las ecuaciones de índices (i, j) pasar la variable x_{ij} del paso 1 al segundo miembro. En la función z eliminar dicha variable. Ir al paso 5.

Paso 5.- En el primer miembro de la ecuación de índice j del paso 1, elegir la variable x_{ij} afectada del menor coste en la función z (en caso de igualdad entre dos o más variables, elegir la variable con mayor índice de fila). Esta variable será básica. Ir al paso 6.

Paso 6.- Determinar los índices (i, j) de la variable básica x_{ij} del paso 5. Buscar en las ecuaciones (i, j) donde figura esta variable del paso 5, los valores s_i, d_j. Ir al paso 7.

Paso 7.- Si se verifica que $s_i \geq d_j$, ir al paso 8. En caso contrario, ir al paso 9.

Paso 8.- En la ecuación de índice j donde figura la variable x_{ij} del paso 5, pasar al segundo miembro (en el caso de que existan) las variables diferentes a la variable x_{ij} anterior, quedando sólo en el primer miembro ésta variable x_{ij}. En las otras ecuaciones donde figuren estas variables (en caso de existir), pasarlas al segundo miembro. En la función z eliminar estas variables y la variable x_{ij} del paso 5. En la ecuación de índice i pasar al segundo miembro la variable x_{ij} del paso 5, sustituyéndola por su expresión equivalente obtenida en la ecuación de índice j. Ir al paso 10.

Paso 9.- En la ecuación de índice i de la variable x_{ij} del paso 5, pasar al segundo miembro (en caso de existir) las variables diferentes a la variable x_{ij} anterior, quedando sólo en el primer miembro ésta variable x_{ij}. En las otras ecuaciones donde figuren estas variables (en caso de existir), pasarlas al segundo miembro. En la función z eliminar estas variables y la variable x_{ij} del paso 5. En la ecuación de índice j pasar al segundo miembro la variable x_{ij} del paso 5, sustituyéndola por su expresión equivalente obtenida en la ecuación de índice i. Ir al paso 10.

Paso 10.- Contar el número de variables básicas acumuladas proporcionadas por los pasos 1, 2 y 5. Cuando esta cantidad sea igual a (m+n-1), parar el proceso. El sistema resultante es la forma general de la solución del sistema de ecuaciones lineales en la forma (5), eliminando previamente una de las dos ecuaciones iguales correspondientes a la última variable básica determinada en el paso 1. En caso contrario, volver al paso 1.

4.1.2 Fase 2

Se construye un programa lineal (PL), con las soluciones obtenidas en la anterior Fase 1, a fin de determinar una función a minimizar, sujeta a unas restricciones determinadas.

Función a minimizar: la formulación matemática del problema del transporte es:

$$\text{minimizar } z = \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=1}^{j=n} c_{ij} x_{ij} \qquad (6)$$

sujeto a restricciones del tipo (2), (3) y (4).

Para construir el programa lineal (PL) buscado, en la expresión (6) se sustituyen las (m+n-1) variables x_{ij} consideradas básicas o principales por las expresiones en la forma (5) obtenidas en la Fase 1, que relacionan a estas variables con las restantes variables x_{ij} consideradas no básicas o no principales. Por tanto, la nueva función $z´$ a minimizar, será función únicamente de las variables no básicas o no principales, de manera que en la formulación del programa lineal buscado (PL), habrá solamente $[m.n-(m+n-1)]$ variables, es decir:

$$min.\ z´= \sum\sum\ c_{ij} x_{ij} \quad \text{tal que:} \quad x_{ij} \text{ son: } [m.n-(m+n-1)] \text{ variables no básicas}$$

Restricciones a utilizar: teniendo en cuenta la restricción: $x_{ij} \geq 0$ i=1, 2, ...,m, j=1, 2, ...,n, significa que cada una de las (m+n-1) variables básicas de la Fase 1, ha de cumplir la condición de ser ≥ 0. Ello permite determinar a su vez (m+n-1) restricciones de la forma: $x_{ij} \geq 0$ con (m+n-1) variables x_{ij} básicas y con la condición de que cada una de las $[m.n-(m+n-1)]$ variables no básicas que forman parte de la función $z´$ sean ≥ 0. En resumen, la formulación del programa lineal (PL) es:

$$min.\ z´= \sum\sum\ c_{ij} x_{ij}$$

con (m+n-1) restricciones del tipo $x_{ij} \geq 0$, tal que las $[m.n-(m+n-1)]$ variables no básicas sean ≥ 0. Formulado el anterior programa lineal (PL), queda finalizada la Fase 2 del método propuesto.

4.1.3 Fase 3

Consiste en resolver el programa lineal de la anterior Fase 2 utilizando el algoritmo del Simplex.

4.1.4 Aplicación

Como aplicación del método propuesto, tratemos de resolver el siguiente problema de transporte equilibrado. Una empresa fabrica sus productos en tres factorías distintas A, B y C, siendo sus disponibilidades respectivas de 5, 10 y 15 unidades. El transporte de dichos productos se realiza a cuatro destinos 1, 2, 3 y 4, cuyas demandas son de 12, 8, 4 y 6 unidades respectivamente. Los costes unitarios de transporte vienen dados por la tabla 1:

Factoría	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4
A	2	3	5	6
B	2	1	3	5
C	3	8	4	6

Tabla 1

Fase 1: resolución mediante el algoritmo propuesto:

1.-Función a minimizar:

$$\min\ z = 2x_{11} + 3x_{12} + 5x_{13} + 6x_{14} + 2x_{21} + x_{22} + 3x_{23} + 5x_{24} + 3x_{31} + 8x_{32} + 4x_{33} + 6x_{34}$$

2.- Sistema (7) compuesto de (3+4) ecuaciones lineales, siendo: i = 1, 2, 3. j = 1, 2, 3, 4.

$$\begin{array}{lll} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} & = 5 & i = 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} & = 10 & i = 2 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} & = 15 & i = 3 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} & = 12 & j = 1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} & = 8 & j = 2 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} & = 4 & j = 3 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} & = 6 & j = 4 \end{array} \qquad (7)$$

3.- Pasos a desarrollar:

Paso 1. Elegir la variable x_{32}; i=3, j=2. Ir al paso 2.
Paso 2. Ir al paso 4.
Paso 4. En la ecuación i=3, pasar x_{32} al segundo miembro, resultando la siguiente ecuación: $x_{31} + x_{33} + x_{34} = 15 - x_{32}$. En la ecuación j=2, pasar x_{32} al segundo miembro, resultando la siguiente ecuación: $x_{12} + x_{22} = 8 - x_{32}$. En la función *z*, eliminar x_{32}. Ir al paso 5.
Paso 5. En la ecuación j=2, elegir x_{22} como variable básica. Ir al paso 6.
Paso 6. Para x_{22} $\Rightarrow$ i=2, j=2. $\Rightarrow$ $s_2 = 10,\ d_2 = 8$. Ir al paso 7.
Paso 7. Se verifica que: $s_2 \geq d_2$. Ir al paso 8.
Paso 8. En la ecuación j=2, pasar al segundo miembro la variable x_{12}, resultando la siguiente ecuación: $x_{22} = 8 - x_{32} - x_{12}$(8). En la ecuación i=1, pasar al segundo miembro la variable x_{12}, resultando la siguiente ecuación: $x_{11} + x_{13} + x_{14} = 5 - x_{12}$. En la función *z*, eliminar las variables x_{22} y x_{12}. En la ecuación i=2, pasar al segundo miembro la variable x_{22}, sustituyéndola por su ecuación equivalente en j=2 (8), resultando la siguiente ecuación: $x_{21} + x_{23} + x_{24} = 2 + x_{32} + x_{12}$. Ir al paso 10.
Paso 10. Hay una variable básica en el paso 5 (x_{22}). Se verifica que: 1<m+n-1=6. Volver al paso 1.
Paso 1. Elegir la variable x_{14}; i=1, j=4. Ir al paso 2.
Paso 2. Ir al paso 4.
Paso 4. En la ecuación i=1, pasar x_{14} al segundo miembro, resultando la siguiente ecuación: $x_{11} + x_{13} = 5 - x_{12} - x_{14}$. En la ecuación j=4, pasar x_{14} al segundo miembro, resultando la siguiente ecuación: $x_{24} + x_{34} = 6 - x_{14}$. En la función *z*, eliminar la variable x_{14}. Ir al paso 5.
Paso 5. En la ecuación j=4, elegir x_{24} como variable básica. Ir al paso 6.
Paso 6. Para x_{24} $\Rightarrow$ i=2, j=4. $\Rightarrow$ $s_2 = 2,\ d_4 = 6$. Ir al paso 7.
Paso 7. Se verifica que: $s_2 \leq d_4$. Ir al paso 9.

Paso 9. En la ecuación i=2, pasar al segundo miembro las variables x_{21} y x_{23}, resultando la siguiente ecuación: $x_{24} = 2 + x_{32} + x_{12} - x_{21} - x_{23}$ (9). En la ecuación j=1, pasar al segundo miembro la variable x_{21}, resultando la siguiente ecuación: $x_{11} + x_{31} = 12 - x_{21}$. En la ecuación j=3, pasar al segundo miembro la variable x_{23}, resultando la siguiente ecuación: $x_{13} + x_{33} = 4 - x_{23}$. En la función *z*, eliminar las variables x_{24}, x_{21} y x_{23}. En la ecuación j=4, pasar al segundo miembro la variable x_{24}, sustituyéndola por su ecuación equivalente en i=2 (9), resultando la siguiente ecuación: $x_{34} = 4 - x_{12} - x_{14} + x_{21} + x_{23} - x_{32}$. Ir al paso 10.

Paso 10. Hay dos variables básicas en los pasos 5 (x_{22}, x_{24}). Se verifica que: 2<6. Volver al paso 1.

Paso 1. Elegir la variable x_{34}; i=3, j=4. Ir al paso 2.

Paso 2. En la ecuación j=4, figura sólo en el primer miembro la variable x_{34}; será variable básica. Ir al paso 3.

Paso 3. En la función *z*, eliminar la variable x_{34}. En la ecuación i=3, pasar al segundo miembro la variable x_{34} sustituyéndola por su expresión equivalente en j=4, resultando la siguiente ecuación: $x_{31} + x_{33} = 11 + x_{12} + x_{14} - x_{21} - x_{23}$. Ir al paso 10.

Paso 10. Hay tres variables básicas (x_{22}, x_{24}, x_{34}). Se verifica que: 3<6. Volver al paso 1.

Paso 1. Elegir la variable x_{13}; i=1, j=3. Ir al paso 2.

Paso 2. Ir al paso 4.

Paso 4. En la ecuación i=1, pasar al segundo miembro la variable x_{13} resultando la siguiente ecuación: $x_{11} = 5 - x_{12} - x_{14} - x_{13}$. En la ecuación j=3, pasar al segundo miembro la variable x_{13} resultando la siguiente ecuación: $x_{33} = 4 - x_{23} - x_{13}$. En la función *z*, eliminar la variable x_{13}. Ir al paso 5.

Paso 5. En la ecuación j=3, elegir x_{33} como variable básica. Ir al paso 6.

Paso 6. Para x_{33} $\Rightarrow$ i=3, j=3 $\Rightarrow$ $s_3 = 11,\ d_3 = 4$. Ir al paso 7.

Paso 7. Se verifica que: $s_3 \geq d_3$. Ir al paso 8.

Paso 8. En la ecuación j=3, queda sólo en el primer miembro la variable x_{33} tal que $x_{33} = 4 - x_{23} - x_{13}$ (10). En la función *z*, eliminar la variable x_{33}. En la ecuación i=3, pasar al segundo miembro x_{33} sustituyéndola por su expresión equivalente en j=3 (10), resultando la siguiente ecuación: $x_{31} = 7 + x_{12} + x_{13} + x_{14} - x_{21}$. Ir al paso 10.

Paso 10. Hay cuatro variables básicas (x_{22}, x_{24}, x_{34}, x_{33}). Se verifica que: 4<6. Volver al paso 1.

Paso 1. Elegir la variable x_{31}; i=3, j=1. Ir al paso 2.

Paso 2. En la ecuación i=3, figura sólo en el primer miembro la variable x_{31}; será variable básica. Ir al paso 3.

Paso 3. En la función z, eliminar la variable x_{31}. En la ecuación j=1, pasar al segundo miembro la variable x_{31} sustituyéndola por su expresión equivalente en i=3, resultando la siguiente ecuación: $x_{11} = 5 - x_{12} - x_{13} - x_{14}$. Ir al paso 10.

Paso 10. Hay cinco variables básicas (x_{22}, x_{24}, x_{34}, x_{33}, x_{31}). Se verifica que: 5<6.Volver al paso1.

Paso 1. En la función z, sólo queda la variable x_{11}, que será variable básica. Ir al paso 10.

Paso 10. Hay seis variables básicas (x_{22}, x_{24}, x_{34}, x_{33}, x_{31}, x_{11}). Se verifica que: 6=m+n-1. Parar el proceso. La solución obtenida es:

$$x_{11} = 5 - x_{12} - x_{13} - x_{14} \qquad x_{31} = 7 + x_{12} + x_{13} + x_{14} - x_{21} \qquad x_{22} = 8 - x_{12} - x_{32}$$
$$x_{33} = 4 - x_{13} - x_{23} \qquad x_{24} = 2 + x_{12} - x_{21} - x_{23} + x_{32} \qquad x_{34} = 4 - x_{12} - x_{14} + x_{21} + x_{23} - x_{32}$$
(11)

Si en las anteriores expresiones (11) hacemos: $x_{12} = x_{13} = x_{14} = x_{21} = x_{23} = x_{32} = 0,$ se obtiene una solución inicial básica, dada por: $x_{11} = 5;$ $x_{22} = 8;$ $x_{24} = 2;$ $x_{31} = 7;$ $x_{33} = 4;$ $x_{34} = 4$, con un coste de 89 u.m., cumpliéndose la condición de que: $x_{ij} \geq 0,\ \ \forall(i, j).$ En consecuencia se han obtenido las soluciones del sistema (7) en la forma (5) indicada en la Fase 1 del método propuesto, completándose la Fase 1.

<u>Fase 2:</u> para su resolución, en la función a minimizar:

$$\min\ z = 2x_{11} + 3x_{12} + 5x_{13} + 6x_{14} + 2x_{21} + x_{22} + 3x_{23} + 5x_{24} + 3x_{31} + 8x_{32} + 4x_{33} + 6x_{34}$$

sustituimos las variables x_{ij} básicas en función de las variables x_{ij} no básicas de acuerdo con las expresiones de la forma (11). Después de sustituir, operar y simplificar la función a minimizar es:

min. (z-89) = min. z´= $2x_{12} + 2x_{13} + x_{14} + 0x_{21} + 0x_{23} + 6x_{32}$ siendo z‘ =(z-89)

Las restricciones se obtienen de la condición $x_{ij} \geq 0,$ mediante las expresiones de la forma (11) y con [x_{ij} = $x_{11}, x_{22}, x_{24}, x_{31}, x_{33}, x_{34}$] el conjunto de variables básicas, siendo las restricciones:

de $x_{11} \geq 0 \Rightarrow x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 5$ de $x_{22} \geq 0 \Rightarrow x_{12} + x_{32} \leq 8$

de $x_{24} \geq 0 \Rightarrow -x_{12} + x_{21} + x_{23} - x_{32} \leq 2$ de $x_{31} \geq 0 \Rightarrow$
$-x_{12} - x_{13} - x_{14} + x_{21} \leq 7$

de $x_{33} \geq 0 \Rightarrow x_{13} + x_{23} \leq 4$ de $x_{34} \geq 0 \Rightarrow$
$x_{12} + x_{14} - x_{21} - x_{23} + x_{32} \leq 4$

Formulado el programa lineal, queda finalizada la Fase 2. A continuación, desarrollamos la Fase 3.

<u>Fase 3:</u> resolviendo mediante el método Simplex la solución obtenida es:

$x_{12} = 0;$ $x_{13} = 0;$ $x_{14} = 0;$ $x_{21} = 0;$ $x_{23} = 0;$ $x_{34} = 0$. $z´= 0$ Número de iteraciones=0

Por tanto, teniendo en cuenta las expresiones (11) una solución óptima de este problema es:

$$x_{11} = 5; x_{12} = 0; x_{13} = 0; x_{14} = 0; x_{21} = 0; x_{22} = 8; x_{23} = 0; x_{24} = 2; x_{31} = 7; x_{32} = 0; x_{33} = 4; x_{34} = 4$$

con un coste de z = 89 u.m. existiendo soluciones óptimas alternativas.

5. CONCLUSIONES

Las aportaciones realizadas mediante el método propuesto son las siguientes:

1.-La utilización del algoritmo propuesto, proporciona un nuevo método de obtención de soluciones iniciales para el problema de transporte (Fase 1).

2.- Las soluciones iniciales obtenidas en la Fase 1, pueden ser objeto de los procesos de optimización y mejora, utilizando los métodos aplicados en la forma matricial tales como los métodos MODI y de STEPPING-STONE.

3.- Este método, al utilizar la teoría general de sistemas de ecuaciones lineales y posteriormente la programación lineal, sirve como método de optimización y mejora de cualquier solución inicial degenerada y no degenerada, cualquiera que sea el método seguido para obtener dichas soluciones iniciales.

6. REFERENCIAS

[1] HITCHCOCK, F. L., (1941) "The Distribution of a Produt from several Sources to numerous Localities", *Jour. Math. And Phys.*

[2] DANTZIG, G. B., (1963) "Linear Programming and Extensions", *Princeton University Press, New Jersey.*

[3] RIOS INSUA, S., (1993) "Investigación Operativa. Optimización", *Ed. Centro de Estudios Ramón Areces, S. A.*

[4] DE BURGOS, J., (1991) " Algebra lineal", *Editorial Mc. Graw-Hill.*

[5] DE LA FUENTE, J. L., (1998) "Técnicas de Cálculo para Sistemas de Ecuaciones, Programación Lineal y Programación Entera", *Editorial Reverté. Segunda edición,*