

Revisión y Clasificación de Propuestas para la Definición de Parámetros de Proyectos Programados con Recursos Limitados

Francisco A. RIVERA¹, Alfonso DURÁN²

¹ Dr. Ingeniero Industrial, farivera@ing.uc3m.es

² Dr. Ingeniero Industrial, duran@ing.uc3m.es

Área de Ingeniería de Organización. Universidad Carlos III de Madrid
Escuela Politécnica Superior. Avenida de la Universidad, 30. 28911 Leganés (Madrid)

RESUMEN

Los parámetros de los proyectos en cuya programación sólo se consideran restricciones tecnológicas pueden definirse sin ambigüedad. Los parámetros de los proyectos en los que se considera, además, las limitaciones de recursos, plantean problemas, no sólo por el número de cálculos, sino también por su definición. En 1997, Goldratt propuso un enfoque de gestión de proyectos denominado Cadena Crítica, que considera de forma explícita la limitación de recursos. El interés y la aceptación crecientes de este enfoque han puesto de manifiesto la necesidad de prestar atención a la definición de los parámetros de los proyectos programados con recursos limitados. En esta ponencia, que forma parte de una tesis doctoral, se revisan, clasifican y aplican a un proyecto las propuestas de definición de parámetros de proyectos con recursos limitados.

1. Parámetros de proyectos

Los proyectos son los entornos productivos cuyo proceso tiene menor grado de repetitividad y cuyos productos son más complejos (Vollmann y otros, 1997, página 8) [1]. Las tareas de un proyecto deben recibir una atención diferenciada, de modo que se concentre el esfuerzo en las más importantes. Por ello, desde las primeras etapas del estudio de la gestión de proyectos se definieron parámetros como el camino crítico y las holguras de las tareas.

Kelley (1961) [2] afirma que un camino crítico es un camino que va desde el origen hasta el final del proyecto y cuya duración es igual a la del programa del proyecto. Las tareas de este camino son las tareas críticas. Un retraso en cualquiera de estas tareas provoca un retraso comparable en la terminación del proyecto. Por el contrario, una tarea tiene holgura si el máximo tiempo disponible para esta tarea es superior a su duración.

En 1997, Goldratt propuso un enfoque de gestión de proyectos denominado Cadena Crítica. Goldratt (1997, página 215) [3] define la cadena crítica de un proyecto como la cadena más larga de pasos dependientes, teniendo en cuenta tanto restricciones tecnológicas como limitaciones de recurso. Esta denominación se aplica, por extensión, a todo el enfoque de gestión de proyectos propuesto.

Los parámetros de los proyectos en los que sólo se consideran restricciones tecnológicas pueden definirse sin ambigüedad y el número de cálculos necesario para su determinación es abordable. El interés y la aceptación crecientes de Cadena Crítica han puesto de manifiesto la necesidad de calcular los parámetros de los proyectos programados con recursos limitados. La determinación de estos parámetros plantea problemas, no sólo por el mayor número de cálculos, sino por la propia definición.

En esta ponencia se revisan, clasifican y aplican a un proyecto las propuestas de definición de parámetros de proyectos con recursos limitados.

2. Clasificación de propuestas para la definición de parámetros de proyectos programados con recursos limitados

En esta ponencia se propone una clasificación en tres grandes grupos de las definiciones de los parámetros de proyectos programados con recursos limitados:

Grupo 1. Primeras aproximaciones / aproximaciones intuitivas

Microsoft Project 4

Woodworth, 1989

Grupo 2. Secuencia Crítica (*Critical Sequence*)

Wiest, 1964

Woodworth y Shanahan, 1988

Raz y Marshall, 1996

Grupo 3. Transformación del proyecto original

Bowers, 1995

Microsoft Project 98

3. Proyecto al que se aplican las propuestas de definición de parámetros

En la Figura 1 se representa el programa de duración mínima del proyecto al que se van a aplicar todas estas propuestas de definición de parámetros. Se trata de un proyecto con cuatro tareas (A, B, C y D; α y β son nodos ficticios). Este programa de duración mínima tiene dos caminos críticos (A y B-C), señalados en **negrita** en el grafo y en **gris** en el diagrama de Gantt.

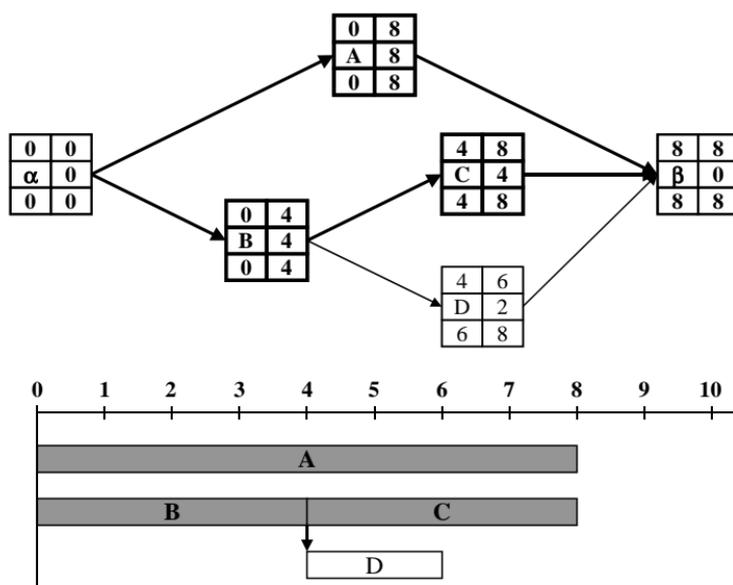


Figura 1. Programa de duración mínima y caminos críticos

En este proyecto, cada tarea requiere una unidad de recurso R por unidad de tiempo y la disponibilidad de R está limitada a dos unidades por unidad de tiempo. Con estas condiciones, el programa de duración mínima de la Figura 1 no es factible, puesto que requiere tres unidades de R entre $t = 4$ y $t = 6$. El programa con limitación de recursos se ha establecido con un heurístico en paralelo cuyo único criterio de prioridad es holgura total creciente. En $t = 4$ el heurístico debe dar prioridad a la tarea C o a la D. El criterio de holgura total creciente hace que tenga prioridad la tarea C y que, por tanto, se retrase D.

Los parámetros de proyecto con recursos limitados dependen del programa considerado (Wiest, 1964 [4]; Bowers, 2000 [5]). Para obviar esta dependencia, en esta ponencia, todas las propuestas se aplican al mismo programa.

4. Grupo 1. Primeras aproximaciones / aproximaciones intuitivas

En este primer grupo se encuentran las aproximaciones más sencillas.

Una primera aproximación consiste en adoptar como fechas más tempranas las que resultan de la aplicación del heurístico, y calcular las fechas más tardías con la lógica empleada cuando sólo hay restricciones tecnológicas. Las tareas críticas son las que tienen las mismas fechas más tempranas y más tardías. La versión 4 de Microsoft Project realiza los cálculos de esta forma. Con esta aproximación, la única tarea crítica es la D (Figura 2).

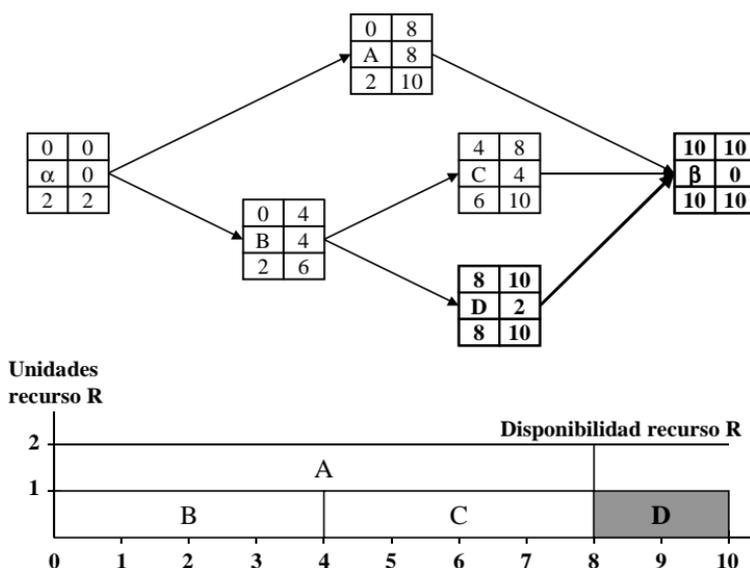


Figura 2. Tareas críticas (Microsoft Project 4)

Woodworth (1989) [6] propone una aproximación intuitiva que consiste en aumentar la duración de cada tarea (o retrasarla) una unidad de tiempo y ver si este cambio condiciona la fecha programada de fin del proyecto. Con esta aproximación, también resulta D la única tarea crítica.

El resultado de estas aproximaciones puede ser un conjunto de tareas críticas cuya duración es inferior a la duración del proyecto. El significado y las propiedades de este conjunto de tareas no son equivalentes a los del camino crítico, y puede dar lugar a cierta confusión en los usuarios, si se utilizan estas aproximaciones en un programa de ordenador.

5. Grupo 2. Secuencia crítica

Las propuestas de este grupo consideran que la holgura de una tarea es la diferencia entre la posición que ocupa en dos programas establecidos con recursos limitados, uno con las tareas programadas lo más tarde posible (ALAP, *As Late As Possible*) y otro con las tareas lo antes posible (ASAP, *As Soon As Possible*). El programa con las tareas lo antes posible es el resultado de aplicar el método para recursos limitados. Estas propuestas difieren en la forma de calcular el programa con las tareas programadas lo más tarde posible.

Según Wiest (1964) [4], cuando los recursos están limitados, los conceptos de camino crítico y de holgura de las tareas, básicos en los métodos PERT y CPM, pierden su significado normal. Sin embargo, bajo ciertas circunstancias, puede identificarse una secuencia crítica (*Critical Sequence*), que es el concepto equivalente al camino crítico para proyectos con limitación de recursos. La secuencia crítica propuesta por Wiest tiene analogías y diferencias con el camino. Igual que el camino crítico, las tareas de una secuencia crítica tienen holgura cero (con el método de cálculo de holguras propuesto) y la longitud de la secuencia crítica determina la duración del programa. A diferencia del camino crítico, la secuencia crítica está formada, en general, por dos o más tipos de secuencias: tecnológicas (tareas vinculadas por restricciones tecnológicas) y de recursos (tareas que requieren el mismo recurso).

Wiest (1964) propone que el programa ALAP se genere desplazando las tareas hacia la derecha todo lo posible, unidad de tiempo a unidad de tiempo. Los criterios jerárquicos propuestos para establecer el orden de prioridad en el desplazamiento de las tareas son:

- Mayor fecha de fin más temprana.
- Mayor fecha de comienzo más tardía, calculada si se desplazara a la derecha todo lo posible únicamente la tarea considerada para calcular este parámetro.
- Menor número de recursos.
- Menor número identificativo.

El cálculo de la secuencia crítica con este método se encuentra en la Figura 3. La tarea D marca el final del proyecto, y no puede retrasarse. Las tareas A y C empatan con el primer criterio de prioridad (su fecha de fin más temprana es 8). Si sólo se desplaza a la derecha una de ellas, la fecha de comienzo más tardía de A es 2 y de C es 4. Por tanto, se desplaza C y después B. No hay recursos suficientes para desplazar a la derecha la tarea A. La comparación de los dos programas de la Figura 3 lleva a que la secuencia crítica es A-D y las tareas B y C tienen una holgura total de dos unidades de tiempo.

Woodworth y Shanahan (1988) [7] proponen que el programa con las tareas situadas lo más tarde posible se determine desde el final del programa hacia el principio, restando unidades de tiempo. Este programa empieza con la última tarea. A esta tarea se le asigna como valor de su fecha de fin más tardía, el valor de su fecha de fin más temprana. A continuación, se calcula la fecha de comienzo más tardía de la última tarea, restando su duración, y se asigna como fecha de fin más tardía de la tarea anterior que utilice el mismo recurso. La diferencia entre las fechas más tempranas y las fechas más tardías, calculadas de esta forma, es la holgura total de

las tareas en el programa con recursos limitados. El método propuesto por Woodworth y Shanahan (1988) es válido para proyectos en los que hay más de un recurso, una sola unidad disponible de cada uno de ellos y las tareas requieren una o ninguna unidad de estos recursos. Este método, por tanto, no es directamente aplicable al proyecto utilizado en esta ponencia.

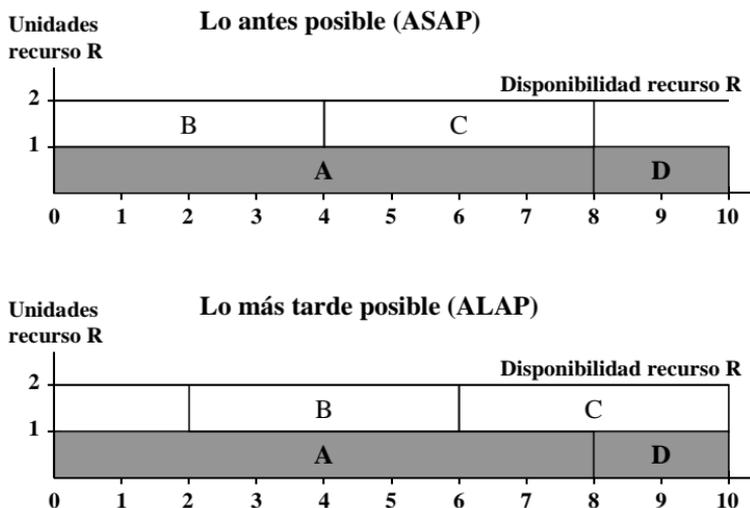


Figura 3. Secuencia crítica (Wiest, 1964)

Según Raz y Marshall (1996) [8], el método utilizado en los cálculos del programa con las tareas lo más tarde posible debe ser el inverso del utilizado para el programa con las tareas lo antes posible. El método propuesto por estos autores tiene la siguiente secuencia de pasos:

- Paso 1.** Cálculo de fechas más tempranas con un método para recursos limitados.
- Paso 2.** Adopción como restricción para el fin del proyecto de la fecha obtenida en el paso 1.
- Paso 3.** Programación de las tareas lo más tarde posible, cumpliendo las restricciones tecnológicas.
- Paso 4.** Aplicación de técnicas de equilibrado de recursos para resolver las situaciones del paso 3 en las que las necesidades de recursos excedan su disponibilidad.
- Paso 5.** El programa resultante es el programa con las tareas lo más tarde posible.

La aplicación del método de Raz y Marshall (1996) está en la Figura 4. El método utilizado para calcular el programa con las tareas lo más tarde posible (paso 4) debe ser el inverso del utilizado para calcular el programa con las tareas lo antes posible (paso 1). Por tanto, debe desplazarse la tarea con menor holgura pasada agregada, definida como el tiempo que una tarea puede adelantarse sin que ella, o alguna de sus predecesoras, se sitúen antes del principio del horizonte de planificación (Newbold, 1998, página 115) [9]. La tarea D tiene una holgura pasada agregada de 4 unidades de tiempo, y las tareas A y C tienen 2 unidades de tiempo. Por tanto, la secuencia crítica sería A-D (caso ilustrado en la Figura 4), si se decide adelantar la tarea A, o B-C-D, si se adelanta C.

Raz y Marshall (1996) proponen definiciones para la holgura total y la holgura libre de proyectos con recursos limitados:

Holgura total. Es la diferencia entre las fechas más tardías (de principio o fin, suponiendo duración constante) y las correspondientes fechas más tempranas.

Holgura libre. Es el número de unidades de tiempo que puede retrasarse una tarea respecto de sus fechas más tempranas sin afectar a ninguna de sus sucesoras inmediatas, ni directamente por restricciones tecnológicas, ni indirectamente por dependencias de recursos. La holgura libre de una tarea es la menor de las dos cantidades siguientes:

- La diferencia entre la menor fecha de comienzo más temprana de sus sucesoras y la fecha de fin más temprana de la tarea considerada.
- El número de unidades de tiempo consecutivas inmediatamente posteriores a la fecha de fin más temprana de la tarea considerada durante las cuales hay recursos no utilizados en cantidades suficientes como para satisfacer las necesidades de la tarea.

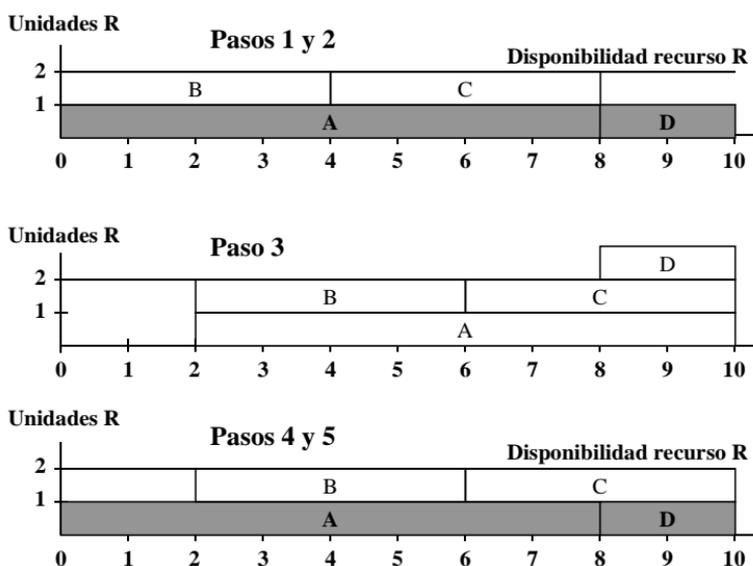


Figura 4. Tareas críticas (Raz y Marshall, 1996)

6. Grupo 3. Transformación del proyecto original

Las propuestas de este grupo transforman el proyecto original, añadiendo restricciones que se tratan como restricciones tecnológicas, de modo que los cálculos puedan hacerse con la misma lógica que cuando no se considera la limitación de recursos.

Bowers (1996) [10] propone la utilización de enlaces de recursos, que actúan como restricciones tecnológicas. Estos enlaces de recursos tienen en cuenta el orden en el que se han asignado recursos a las tareas durante la aplicación del método de programación con recursos limitados. En el proyecto propuesto, la tarea D se retrasa para programar la tarea C, que tiene menos holgura. El enlace de recursos, por tanto, está entre las tareas C y D, y es equivalente a la restricción de que la tarea D no puede empezar hasta que acabe C. Con este enfoque, las tareas críticas del proyecto son B-C-D (Figura 5).

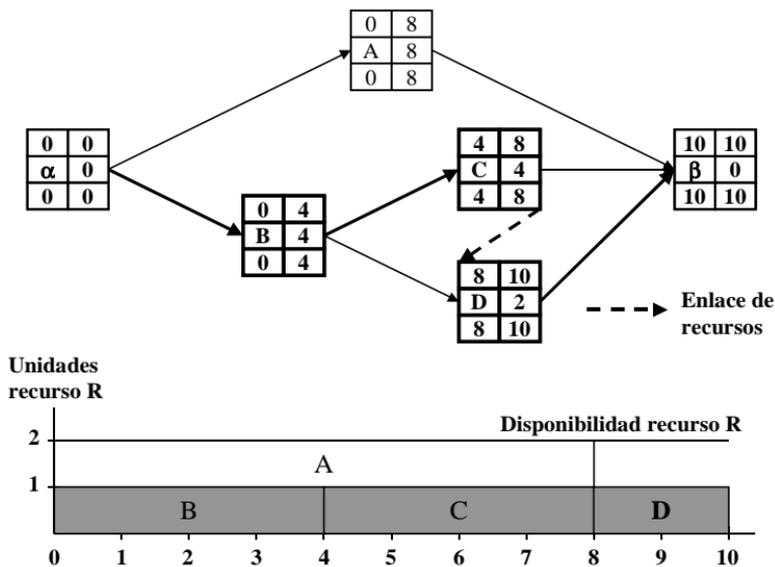


Figura 5. Tareas críticas (Bowers, 1995)

La versión 4 de Microsoft Project puede proporcionar caminos críticos cuya duración es inferior a la del programa (Figura 2). La versión 98 de Microsoft Project intenta evitar esta situación. El campo denominado Retraso por redistribución de esta versión es la diferencia de tiempo entre el momento en que está programada la tarea en el programa con recursos limitados y el momento en que estaría programada si no existiera esta limitación. El retraso por redistribución se trata como una restricción tecnológica. En el programa de duración mínima (zona superior de la Figura 6), las tareas críticas son A, B y C, y el retraso por redistribución de todas las tareas es cero, por definición. En el programa con recursos limitados (zona inferior de la Figura 6), las tareas A, B y C ocupan las mismas posiciones que en el programa de duración mínima y su retraso por redistribución es cero. La tarea D se ha retrasado 4 unidades de tiempo, para no coincidir con C. El tratamiento de este retraso como una restricción tecnológica hace que Microsoft Project 98 considere B-C el camino crítico del programa con recursos limitados.

Programa de duración mínima

Id	Nombre	Holgura Total	Holgura Libre	Retraso por redistrib.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	A	0 días	0 días	0 días	[Barra crítica: 4-8]								R			
2	B	0 días	0 días	0 días	[Barra crítica: 0-4]				R							
3	C	0 días	0 días	0 días											R	
4	D	2 días	2 días	0 días												

Programa con recursos limitados

Id	Nombre	Holgura Total	Holgura Libre	Retraso por redistrib.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	A	2 días	2 días	0 días	[Barra crítica: 4-8]								R		
2	B	0 días	0 días	0 días	[Barra crítica: 0-4]				R						
3	C	2 días	2 días	0 días											R
4	D	0 días	0 días	4 días											R

Figura 6. Caminos críticos (Microsoft Project 98)

Conclusiones

La determinación de los parámetros de proyectos con recursos limitados presenta mayores dificultades que en los casos en que sólo se consideran restricciones tecnológicas, no sólo por el número de cálculos, sino por la propia definición de los parámetros. En esta ponencia se revisan, clasifican y aplican al mismo programa las propuestas de definición que aparecen en la bibliografía para los parámetros de los proyectos con recursos limitados.

Estas propuestas pueden clasificarse en tres grupos. En el primer grupo (Microsoft Project 4; Woodworth, 1989), denominado primeras aproximaciones / aproximaciones intuitivas, están las aproximaciones más sencillas. En el segundo grupo (Wiest, 1964; Woodworth y Shanahan, 1988; Raz y Marshall, 1996), denominado secuencia crítica, están las propuestas que calculan las holguras de las tareas comparando sus posiciones en dos programas con recursos limitados, uno con las tareas lo más tarde posible y otro con las tareas lo antes posible. En el tercer grupo (Bowers, 1995; Microsoft Project 98), denominado transformación del proyecto original, están las propuestas que añaden restricciones al proyecto, para que los cálculos puedan hacerse como si sólo hubiera restricciones tecnológicas. En la Tabla 1 se muestran los resultados de la aplicación de estas propuestas al mismo proyecto.

Caminos críticos (Figura 1)	MS Project 4 Woodworth, 89 (Figura 2)	Wiest, 64 (Figura 3)	Raz y Marshall, 96 (Figura 4)	Bowers, 95 (Figura 5)	Microsoft Project 98 (Figura 6)
A y B-C	D	A-D	A-D ó B-C-D	B-C-D	B-D

Tabla 1. Tareas críticas de las distintas propuestas para el mismo proyecto

Referencias

- [1] Vollmann, T.E; Berry, W.L.; Whybark, D.C. (1997). *Manufacturing Planning and Control Systems*. 4th ed. McGraw-Hill.
- [2] Kelley, J.E.Jr. (1961). "Critical-Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis", *Operations Research*, vol. 9, no. 3, 296-320.
- [3] Goldratt, E.M. (1997). *Critical Chain*. The North River Press.
- [4] Wiest, J.D. (1964). "Some Properties of Schedules for Large Projects with Limited Resources", *Operations Research*, vol. 12, no. 3, 395-418.
- [5] Bowers, J.A. (2000). "Interpreting Float in Resource Constrained Projects", *International Journal of Project Management*, vol. 18, no. 6, 385-392.
- [6] Woodworth, B.M. (1989). "Is Resource-Constrained Project Management Software Reliable?", *Cost Engineering*, vol. 31, no. 7, 7-11.
- [7] Woodworth, B.M.; Shanahan, S. (1988). "Identifying the Critical Sequence in a Resource Constrained Project", *International Journal of Project Management*, vol. 6, no. 2, 89-96.
- [8] Raz, T.; Marshall, B. (1996). "Effect of Resource Constraints on Float Calculations in Project Network", *International Journal of Project Management*, vol. 14, no. 4, 241-248.
- [9] Newbold, R.C. (1998). *Project Management in the Fast Lane. Applying the Theory of Constraints*. St. Lucie Press.
- [10] Bowers, J.A. (1995). "Criticality in Resource Constrained Networks", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 46, no. 1, 80-91.