

Aplicación de la teoría de Opciones Reales al Análisis de Inversiones en Nuevas Tecnologías* .

José Miguel León Blanco¹, José Manuel Framiñán Torres², Rafael Ruiz Usano³, Pedro Luis González Rodríguez⁴

¹ Ingeniero Industrial, Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla, C° de los Descubrimientos s/n Sevilla 41092 Sevilla, miguel@esi.us.es

² Doctor Ingeniero Industrial, Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla, C° de los Descubrimientos s/n Sevilla 41092 Sevilla, jose@esi.us.es

³ Doctor Ingeniero Industrial, Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla, C° de los Descubrimientos s/n Sevilla 41092 Sevilla, usano@us.es

⁴ Ingeniero en Organización Industrial, Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla, C° de los Descubrimientos s/n 41092 Sevilla, pedroluis@esi.us.es

RESUMEN

En los últimos años ha crecido la inquietud en la empresa por formas fiables de evaluar las inversiones en nuevas tecnologías. Uno de los métodos que más popularidad está alcanzando entre los consultores es el análisis de opciones reales. Muchos de los problemas de inversión en nuevas tecnologías son similares a problemas de inversión en opciones financieras. La necesidad de cuantificar la volatilidad inherente a proyectos que implican opciones es clave en el éxito de esta metodología.

Palabras clave: Análisis de Inversiones, Opciones Reales, Black-Scholes.

1. Introducción.

La incertidumbre que rodea a las variables que intervienen en la toma de decisiones sobre una inversión en tecnologías de comercio electrónico es tan alta que lleva a muchos de los responsables a tomarlas sin un estudio detallado de los más que posibles cambios que introducirán el mercado, las nuevas tecnologías y los nuevos competidores. Por otro lado, es frecuente que no se realice un análisis posterior del resultado de las previsiones. En muchos casos se prefiere retrasar la inversión, pero sin una cuantificación de si la inversión será más rentable o no en un futuro. La teoría de opciones reales es adecuada para el análisis de la inversión precisamente porque ayuda a valorar de forma cuantitativa esa incertidumbre.

2. Métodos de valoración de opciones financieras.

En la valoración de proyectos de inversión en los que se ven implicadas distintas opciones se pueden emplear diferentes métodos. Los más tradicionales como el cálculo del valor actual neto, el retorno de inversión y similares requieren el pronóstico a-priori de los flujos de caja, tomando además como conocida y constante la tasa de descuento equivalente. En el mercado de las tecnologías de la información, como sucede en los sectores económicos más dinámicos, no dejan de ser unas suposiciones algo arriesgadas. Los cambios constantes hacen difícil el

* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por CICYT con referencia DPI-2001-3110 titulado "Sistemas Híbridos para un control Integrado de la Producción"

suponer que la tasa de descuento pueda considerarse constante.

Los proyectos de inversión que implican alguna incertidumbre por variaciones que pueden producirse a lo largo de su desarrollo, o por la presencia de factores que implican distintas opciones una vez emprendidos, se asemejan en gran medida a las inversiones en activos financieros, al menos en cuanto a los flujos económicos se refiere.

Un ejemplo son los proyectos cuya inversión puede retrasarse. En ese caso, el flujo de caja inicial no va a producirse hasta más tarde, momento en el que se dispondrá de mayores elementos de juicio. Por otro lado tampoco se producirán los flujos de caja relativos a la entrada económica que supone el funcionamiento normal del proyecto.

Las opciones financieras se pueden separar en dos tipos: *call* y *put*. Con una opción tipo *call* se adquiere el derecho de comprar al final de un plazo T un bien por un precio V establecido en la opción. Si el valor de mercado X del bien al final del plazo es mayor que el pactado, se puede ejercer la opción de compra, que supondrá un gasto menor que el de mercado si la diferencia entre el precio pactado y el valor de mercado es mayor que el precio de la opción O . Una opción *put* se refiere a la venta por un precio pactado. En este caso, si el valor X al final del plazo más el precio de la opción O es menor que el precio de venta acordado V , se ejercerá la opción. Se distinguen además dos tipos adicionales; el europeo es el comentado, y el americano permite ejercer el derecho de compra o venta antes de que finalice el plazo.

La similitud entre una opción real, de posponer una inversión, por ejemplo, y una opción financiera se basa en los flujos de caja. Si se paga por comprar un bien de valor V a un precio pactado X al cabo de un tiempo T de maduración es parecido a la posibilidad de invertir X dentro de un tiempo T , siendo V el valor actual esperado de los ingresos. La volatilidad σ de los ingresos esperados se asemeja a la volatilidad del precio del activo por cuya compra se puja.

Si se toma X como el precio de ejercicio de la opción, el valor de una opción *call* europea es $C = \max(0, V - X)$ y si se trata de una opción *put* el valor es $P = \max(0, X - V)$

En la actualidad, se emplean dos métodos principales para la valoración de opciones financieras que se pueden aplicar al análisis de inversiones que implican opciones.

El más conocido es el modelo de Black y Scholes, del que existen versiones corregidas, que tienen en cuenta el caso en el que el responsable de la decisión se encuentre con opciones que claramente no presentan el mismo riesgo o el caso de que se entreguen dividendos.

Por otro lado, el método binomial se basa en una representación de la evolución del valor del activo [1]. El valor V del activo fluctúa siguiendo una distribución binomial. A partir de un instante t_0 , el activo puede tomar dos valores al final de cada periodo Δt ; $u \cdot V$ con probabilidad q y $d \cdot V$ con probabilidad $1 - q$, siendo $q, d < 1$, $u > 1$ y $r = 1 + r_f$ tal que $d < r < u$. r_f es la tasa de interés libre de riesgo, la que se emplearía en el caso de considerar que las dos opciones presentan un riesgo similar. Una versión corregida del método binomial es el método trinomial, que aporta mayor flexibilidad al considerar que un activo puede cambiar su valor a tres estados (mayor, igual o menor).

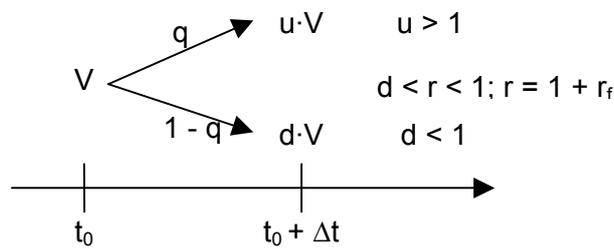


Figura 1: Evolución del valor de un activo según el método binomial.

Mediante el método binomial, el valor de una opción call europea es

$$C_u = \max(0, uV - X) \cdot q \quad , \quad C_d = \max(0, uV - X) \cdot (1 - q) \quad (1)$$

Tras n periodos de igual duración Δt , T en total o tiempo de maduración, el valor de la opción *call* europea es

$$C = V \cdot B(a; n, p') - Xr^{-n} B(a; n, p) \quad (2)$$

que converge, cuando n se hace muy grande, a la expresión de Black y Scholes:

$$C = VN(d_1) - e^{-r_f T} IN(d_2) \quad (3)$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln \frac{V}{X} + \left(r_f + \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}} \quad , \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (4)$$

En el caso de Black-Scholes, la versión corregida, en que se tiene en cuenta que una de las opciones puede ser claramente más arriesgada que la otra, toma la forma:

$$C = Ve^{-\delta T} N(d'_1) X e^{-r_f T} N(d'_2) \quad (5)$$

donde

$$d'_1 = \frac{\ln \frac{V}{X} + \left(r_f - \delta + \frac{\sigma^2}{2} \right) T}{\sigma \sqrt{T}} \quad , \quad d'_2 = d'_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (6)$$

siendo δ el coeficiente que corrige la tasa r_f de interés indiferente ante el riesgo.

3. Tipos de opciones reales.

En general las opciones sobre decisiones de inversión son de unos pocos tipos [2]: Aumentar la inversión, Retrasar la inversión, hasta tener más información o hasta que la tecnología sea

menos costosa, descartar la inversión, para aprovechar los recursos en otros usos y arrendar o subcontratar el proyecto, con lo que también se elude parte del riesgo del mismo.

Otra clasificación de los tipos de opciones es separarlas en opciones de explotación, mientras se utiliza el activo, de inversión y desinversión para modificar sustancialmente el activo y opciones contractuales [1]. El caso de estudio que se propone entra en este último grupo.

4. Aplicación al caso de inversiones en equipamiento para comercio electrónico.

El comercio electrónico presenta una problemática en cuanto a la rápida evolución de la tecnología que lo hace especialmente sensible al análisis mediante opciones reales. En este trabajo se analiza un contrato por el que se pretende alquilar un servicio de *hosting* para poner en marcha un negocio de comercio electrónico con un proveedor de acceso. Las opciones que se analizan, permitirán encontrar una regla de decisión mediante el método Black y Scholes sobre la continuidad o no del contrato de *hosting* con el mismo proveedor según vayan cambiando los precios del mercado. Este tipo de contratos se espera que comience a cambiar en un futuro hacia contratos en los que la única alternativa para mejorar las condiciones económicas del mismo, desde el punto de vista del cliente, sea cambiar de proveedor de acceso [3].

La regla de decisión obtenida será posteriormente contrastada mediante un análisis de sensibilidad que ponga de manifiesto si el resultado obtenido es robusto frente a variaciones en las suposiciones realizadas, sobre todo en cuanto a la volatilidad de la inversión.

5. Descripción del caso de estudio.

Nuestra empresa necesita para su presencia en Internet el *hosting* de sus aplicaciones en un proveedor de acceso. El precio semestral del alquiler de los equipos es de 50 u.m., y debe hacerse efectivo al comienzo de cada semestre. El contrato de *hosting* con el proveedor ofrece la posibilidad de anularlo al comienzo de cada semestre de forma inmediata. En este caso, se ha establecido una fianza de 7.5 u.m. por cada semestre restante hasta la fecha de vencimiento que se pactó en un principio. No debe descartarse el hecho de que al rescindir el contrato, se deberá pasar a otro proveedor a su precio de mercado. Por simplicidad, se ha supuesto que el coste asociado a la transición de uno a otro proveedor es nulo.

Otra posibilidad que ofrece este contrato de *hosting* es la de prorrogarlo durante un año al mismo precio anterior.

El problema consiste en calcular las opciones que presenta el contrato tanto de forma separada como conjunta. Posteriormente se diseñará una regla de decisión que tenga en cuenta la flexibilidad de este contrato, que será útil en la comparación de contratos similares.

Una opción que puede tenerse en cuenta es la posibilidad de contratar el *hosting* semestralmente en un proveedor diferente cada vez, en una estrategia conocida como *Roll-Over*. En la actualidad, el precio medio del mercado es de 48 u.m. semestrales. Las estimaciones efectuadas sobre la variabilidad anual de estos precios lleva a obtener un valor de $\sigma = 0.22$ anual.

La aplicabilidad de la teoría de opciones reales a este tipo de situaciones se basa en la

asimetría de la estructura de los retornos del contrato. En concreto, se trata de una opción americana de cobertura frente a la incertidumbre y una opción europea Call para cuando la incertidumbre se haya resuelto. Los valores de las opciones no son aditivos, ya que cuando se ejerce la opción de rescisión es imposible ejercer la opción de prórroga. Al final de la exposición numérica se detallará este extremo.

6. Regla de decisión.

La regla de decisión que plantearemos para el caso concreto que nos ocupa es mantener el actual contrato de hosting hasta el instante t^* , entre 0 y T, en el cual el valor de la opción C_{t^*} es positivo y toma el valor máximo:

$$C_{t^*} = \max C_t = V_t e^{-\alpha t} N(d'_1) - X e^{-r_f t} N(d'_2) \quad (7)$$

Los valores de d' son los mostrados en la expresión (6)

7.1. Cálculo de opciones. Prórroga del contrato.

Para el cálculo del valor de esta opción, se empleará la expresión de Black y Scholes. En el caso de la opción de prórroga del contrato al final del periodo, nos encontramos con una opción europea tipo *call*. Los datos de entrada son el precio semestral del contrato, 50 u.m./semestre, y la volatilidad anual del precio de mercado, $\sigma = 22\%$. El precio actual es 48 u.m./semestre. El último dato es el plazo de maduración, $T = 6$ semestres. La tasa de interés libre de riesgo semestral es $r_f = 4\%$ (que se corresponde con una tasa anual del 8,16%).

La opción resultará interesante siempre que los precios de mercado estén por encima de las 50 u.m./semestre. El coste total del contrato, tomando los flujos de caja descontados es:

$$C = \sum_{t=0}^5 \frac{50}{(1+r_f)^t} = 272.59 \text{ u.m.} \quad (8)$$

Mediante la expresión de Black y Scholes (3), resulta $d_1 = 1,177$, $d_2 = 0,876$, $C_T = 6,69$ u.m.

Este es el valor hoy de ejercer la posibilidad de prorrogar el contrato. Se observa que, para el caso de una opción europea, el cálculo es mucho más inmediato que el necesario si se hubiera empleado el método binomial. No sucede así cuando se trata de evaluar una opción americana, como se verá a continuación.

7.2. Cálculo de opciones. Rescisión del contrato.

Para analizar la flexibilidad del contrato, consistente en la posibilidad de rescindirlo en alguno de los instantes intermedios, se empleará la aproximación de Black, para considerar que se trata ahora de una opción americana, con flujos de caja adicionales. La versión corregida, se calcula suponiendo una opción europea que madura en T, C_T^E , y otra que madura en el instante anterior ($0 < t < T$), C_t^E . Deben considerarse el ahorro de los alquileres hasta el final de los tres años, la penalización de 7,5 u.m. por cada semestre hasta completar los tres años y

el pago a un nuevo proveedor a los precios de mercado del momento de la rescisión (su valor esperado es 48 u.m./semestre).

En la tabla 1, se presenta el resultado de rescindir el contrato al comienzo de cada uno de los semestres, actualizando los flujos al instante presente. El ahorro en alquileres, actualizado es:

$$AA(t) = \sum_{i=0}^T \frac{50}{(1+r_f)^i} \quad (9)$$

El pago de la penalización actualizado al instante presente es:

$$PP(t) = \frac{7,5(T-t)}{(1+r_f)^t} \quad (10)$$

El pago esperado a precios de mercado actualizado es:

$$M(t) = \sum_{i=0}^T \frac{48}{(1+r_f)^i} \quad (11)$$

En cada comienzo de semestre se puede rescindir el contrato, con lo que se precisa una inversión mínima del pago de la penalización más el pago al nuevo proveedor, para obtener un ahorro del pago de alquileres desde ese semestre hasta el final consistente en la diferencia entre el precio de contrato y el precio de mercado. Ateniéndonos al valor actual neto del contrato en las condiciones actuales, no interesa la rescisión del contrato, dado que en ninguno de los instantes intermedios son menores los flujos de caja descontados.

$$VAN(t) = \sum_{i=0}^T \frac{50-48}{(1+r_f)^i} + \frac{7,5(T-t)}{(1+r_f)^t} \quad (12)$$

El interés está en saber si la volatilidad del precio de mercado otorga mayor valor a la opción de rescisión. En la tabla 1 se muestra el flujo de caja descontado al instante presente al rescindir el contrato en cualquiera de los comienzos de semestre:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
$VAN(t)$	319,246	313,012	307,042	301,331	295,872	290,654
$V(t)=AA(t..T)$	272,59	222,59	174,51	128,29	83,84	41,10
$X(t)=AA(0..t)+PP(t)+M(t..T)$	306,69	299,75	293,35	287,46	282,06	277,11
$d'_1(t)$	0,59	-0,08	-0,90	-1,97	-3,48	-6,06
$d'_2(t)$	0,32	-0,38	-0,90	-1,97	-3,48	-6,06
C_t^E	5,07	2,95	-17,67	-3,10	-0,04	0,00
C_T^E	0					
C_T^A	5,07					

Tabla 1: Valores de la opción de rescisión

El máximo valor positivo de la opción europea es el correspondiente a la rescisión del

contrato en el instante inicial: la volatilidad de los precios de mercado hace más interesante la opción de rescisión antes incluso del primer pago. En instantes posteriores, la volatilidad deja de tener influencia, aunque en los últimos periodos se observan valores muy próximos a cero, que indican que en las condiciones actuales, es indiferente el cambio de proveedor de acceso.

7.2. Cálculo de opciones. Rescisión o prórroga del contrato.

Se pueden considerar simultáneamente las opciones de rescisión y de prórroga. La opción de rescisión anula la de prórroga, con lo que al valor de la opción de rescisión se le restará el valor de la opción de prórroga para obtener la valoración conjunta una vez actualizados al momento presente:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6
$VAN(t)$	319,25	313,01	307,04	301,33	295,87	290,65	330,96
$V(t)=AA(t..T)$	312,11	262,11	214,03	167,80	123,35	80,61	39,52
$X(t)=AA(0..t)+PP(t)+M(t..T)$	344,62	337,68	331,28	325,40	319,99	315,05	310,53
$d'_1(t)$	0,66	0,09	-0,60	-1,43	-2,51	-4,03	-6,63
$d'_2(t)$	0,39	-0,22	-0,60	-1,43	-2,51	-4,03	-6,63
C_t^E	8,03	5,48	-25,30	-9,18	-0,90	0,00	0,00
C_T^E	0						
C_T^A	8,03						

Tabla 2: Valores para la opción de rescisión junto con prórroga.

En este caso la opción de rescisión ha disminuido más de la mitad el valor de la opción de prórroga del contrato, y sigue apareciendo como más interesante la opción de rescindirlo inmediatamente.

En resumen, el coste del contrato son 272.59 u.m., pero si se consideran las opciones presentes, es de 251,00. Ya se han comentado los casos en los que se rescindiría o prorrogaría el contrato (se ejercerían las opciones presentes en el mismo). Se debe notar también que la mayor aportación a esta ventaja está en la opción de prórroga, y que la opción de rescisión no tiene la suficiente entidad como para considerarla, pero el caso es que, aparte de la consideración contable inicial, consigue evitar subidas y bajadas en los precios y permite hacer previsiones de gastos con mayor eficiencia.

8. Análisis de sensibilidad.

Para confirmar o rebatir la robustez de los resultados obtenidos, se realizará un análisis de sensibilidad ante la variación de los parámetros que se eligieron con un mayor grado de arbitrariedad, como son la volatilidad y la tasa de interés neutra ante el riesgo.

8.1. Sensibilidad frente a la volatilidad.

La volatilidad del precio de mercado de los alquileres de los equipos es lo que da sentido al análisis mediante opciones reales del problema planteado. Se supondrán dos valores arriba, 30 %, y abajo, 15 %, del supuesto 22 %. Estos valores influirán en d_1 y d_2 , además de en el valor de cada opción.

Para $\sigma = 0,30$ la opción de prórroga toma el valor $C_T = 35,91$

La opción de rescisión cambia a:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
$V(t)=AA(t..T)$	272,59	222,59	174,51	128,29	83,84	41,10
$X(t)=AA(0..t)+PP(t)+M(t..T)$	306,69	299,75	293,35	287,46	282,06	277,11
$d'_1(t)$	0,52	0,03	-0,58	-1,36	-2,47	-4,36
$d'_2(t)$	0,15	-0,38	-0,58	-1,36	-2,47	-4,36
C_t^E	18,56	12,73	-27,16	-11,03	-1,07	0,00
C_T^E	0					
C_T^A	18,56					

Tabla 3: Valores de la opción de rescisión con $\sigma = 0,30$

Y la opción conjunta toma el valor:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
$V(t)=AA(t..T)$	312,11	262,11	214,03	167,80	123,35	80,61
$X(t)=AA(0..t)+PP(t)+M(t..T)$	344,62	337,68	331,28	325,40	319,99	315,05
$d'_1(t)$	0,57	0,15	-0,35	-0,97	-1,76	-2,87
$d'_2(t)$	0,20	-0,26	-0,35	-0,97	-1,76	-2,87
C_t^E	23,47	17,89	-33,26	-20,19	-5,89	-0,36
C_T^E	0					
C_T^A	23,47					

Tabla 4: Valores de la opción de conjunta para $\sigma = 0,30$

Se observa un mayor valor de las opciones para una mayor variabilidad, ya que esta premia los retornos mayores. En caso de una variabilidad menor, $\sigma = 15\%$ anual, tenemos los valores siguientes:

Para la opción de prórroga: 8,66

Para la opción de rescisión: 0

Para la conjunta: 0

Nuevamente, la opción de prórroga es la más valorada, y las otras dos son indiferentes en los últimos periodos.

8.1. Sensibilidad frente a la tasa de interés indiferente ante el riesgo.

También es necesario un análisis de sensibilidad respecto al segundo de los parámetros estimados de antemano: la tasa de interés indiferente ante el riesgo. La suposición realizada es el 4% semestral, que se corresponde con un 8,16% anual. Esta es una media de los costes financieros en los que incurre la empresa, que depende indirectamente de los tipos fijados por el Banco Central Europeo. Si los tipos varían, cambian los valores actualizados de la inversión, lo que puede hacer más o menos interesante alguna de las opciones. Se van a contemplar dos entornos; uno al alza, con $r_1 = 0,045$ semestral (correspondiente a un 9,2% anual) y otro a la baja, con $r_2 = 0,035$ semestral (7,12% anual) que también podría corresponder a un inversor no indiferente ante el riesgo.

r	Prórroga	Rescisión	Conjunta
0,045	19,07	2,01 (t=0)	4,62 (t=0)
0,035	24,12	7,97 (t=0)	11,31 (t=0)

Tabla 5: Valores de las opciones con r variable

Se observa que no han cambiado las reglas de decisión con respecto al caso original.

9. Conclusiones

Las decisiones que toman los responsables de las inversiones estratégicas de las empresas suelen tomarse de forma más o menos intuitiva, basándose en su propia experiencia. La teoría de opciones ofrece un valor numérico a estas intuiciones llegando a conclusiones muy similares a las de analistas expertos. En este trabajo se han plasmado de forma concreta las decisiones descomponiéndolas en varios tipos según categorías económicas. De esta forma se deja en manos del responsable de la toma de decisiones el realizar un modelo lo más cercano posible al caso concreto.

Otras cuestiones que ayuda a cuantificar la teoría de opciones son las ventajas de la competitividad, la capacidad de toma de decisiones conforme avanza el desarrollo del proyecto.

Las opciones reales también deben ser tomadas con cuidado, ya que una valoración excesivamente optimista de la volatilidad sólo debe ser tenida en cuenta en los casos en que la gestión vaya a sacar partido de esa incertidumbre, y esto sólo se realiza gracias a la experiencia del gestor.

El método empleado se ha revelado como bastante menos intuitivo que el método binomial para este tipo de opciones contractuales, ya que no ofrece una visión tan clara como aquel de los distintos valores que puede tomar el activo y cómo influyen estos en las distintas opciones.

Referencias

- [1] Amram, M.; Kulatilaka, N., (1999). "Opciones Reales", *Harvard Business School Press*.
- [2] Benaroch, M.; Kauffman, R.J., (1999). "A Case for Using Real Options Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investments", *Information Systems Research*, 10,1, pp. 70-86.
- [3] Galbi, D.A., (2001). "Regulating prices for shifting between service providers", *Information Economics and Policy*, 13, pp. 393-410.
- [4] Mascareñas, J. (1999). "Las decisiones de inversión como opciones reales: Un enfoque conceptual", *Documentos de trabajo de la facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*. UCM,