

Pronóstico de la Velocidad y Dirección del Viento mediante Redes Neuronales Artificiales

Raúl Pino Diez, José Parreño Fernández, Paolo Priore, Alberto Gómez Gómez

Área de Organización de Empresas. Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus de Viesques, s/n. 33204 GIJÓN (Asturias). pino@epsig.uniovi.es, parreno@etsiig.uniovi.es, priore@epsig.uniovi.es, agomez@etsiig.uniovi.es

Resumen

En este proyecto se aborda un aspecto fundamental en la optimización del aprovechamiento de una instalación eólica. Se trata de la caracterización del viento como el agente fundamental en el proceso de generación eólica. Concretamente, se pretende pronosticar con una antelación de 24 a 36 horas, la intensidad y dirección del viento. El conocimiento de esta información es vital para la correcta planificación del funcionamiento del sistema en tiempo real (arranque, parada, orientación, etc.) y otros factores que afectan al mantenimiento o vida útil del sistema (ráfagas, turbulencia, etc). Para la obtención de los pronósticos se utilizarán metodologías clásicas de previsión (modelos ARIMA de Box-Jenkins), combinadas con técnicas de Inteligencia Artificial como las Redes Neuronales Artificiales. En el proceso, se analizará la influencia de medidas anteriores del viento en el mismo lugar, así como la posible relación entre medidas de la velocidad del viento en puntos relativamente alejados. El objetivo fundamental consiste en el desarrollo de una metodología fiable de predicción del viento, que ayude a la gestión de una instalación eólica, evitando posibles problemas de inestabilidad de red eléctrica asociados a la generación eólica.

Palabras clave: Previsión Multivariante, Redes Neuronales ART, Perceptrón Multicapa

1. Introducción

La energía contenida o proporcionada por las masas de aire en movimiento en su circulación por las capas bajas atmosféricas alcanza, especialmente en determinadas circunstancias locales y temporales, un nivel de potencial energético relativamente elevado, de tal magnitud que justifica el interés por llevar a cabo su transformación en energía útil, y su aprovechamiento en condiciones favorables de eficiencia y rentabilidad, dado el estado de desarrollo de las tecnologías de conversión eólica.

La energía eólica utiliza un recurso renovable, el viento, sin generar contaminación en aire, agua o suelo; con escasa ocupación exclusiva del terreno y con leve impacto en el medio ambiente. Las molestias provocadas por la energía eólica tienen efectos localizados y reversibles, los cuales a menudo se pueden superar mediante soluciones técnicas sin influir en la fuente de energía. No representa un peligro serio para el medio ambiente a diferencia de las formas tradicionales de energía, cuyos impactos pueden ser generales, permanentes y costosos en su eliminación.

En la actualidad se está llegando al límite de la capacidad de carga de los ecosistemas para regenerarse de la contaminación producida por el hombre. Un tercio del total de la

contaminación generada a nivel mundial procede del proceso de producción de electricidad, por tanto, el desarrollo de las fuentes de energía renovables es deseable y necesario.

Por otro lado, el viento, considerado como recurso energético y desde el punto de vista de su disponibilidad como suministro, tiene una característica específica particular: es una fuente con sustanciales variaciones temporales, tanto en superficie como en altura, contando además, con una componente aleatoria que afecta gran parte de su variación total.

Estas propiedades hacen que la caracterización del viento como fuente energética sea un área de trabajo de especial importancia en las aplicaciones de energía eólica. Así, el conocimiento del régimen de vientos al que va a estar sometido un sistema eólico es necesario tanto para optimizar el aprovechamiento energético, como para prevenir condiciones adversas o desfavorables.

Las características del viento intervienen de forma importante en varias áreas de trabajo relacionadas con los sistemas de aprovechamiento de la energía eólica:

- En el diseño del sistema, donde se tienen en cuenta las condiciones medias representativas y condiciones extremas de viento.
- En la evaluación o previsión del funcionamiento global del sistema eólico, donde se consideran valores medios de viento y distribuciones diarias, estacionales, direccionales, etc., en lugares específicos de interés.
- En la selección del emplazamiento más favorable para la instalación de los sistemas eólicos, dadas las acusadas diferencias locales del viento.
- En la operación y regulación del sistema eólico, donde intervienen aspectos como la predicción del viento, para planificar el funcionamiento en tiempo real, así como variables que influyen en la estrategia de operación (arranque, parada, orientación, etc.) y otros factores que afectan al mantenimiento o vida útil del sistema (ráfagas, turbulencia, etc).

De todo esto se desprende la importancia que para el correcto funcionamiento de un sistema eólico, tiene la correcta caracterización del viento. Parece inminente la necesidad de predecir la velocidad del viento como parámetro necesario para planificar la cantidad de energía que se produce en el tiempo. La necesidad de evaluar y planificar la producción eólica se deriva de la incorporación de los parques eólicos al mercado libre de la electricidad. Esto hace necesario realizar ofertas de energía para plazos que oscilan entre 24 y 36 horas, lo que exige tener un conocimiento lo más aproximado posible de las condiciones de funcionamiento de los parques en ese período, es decir, plantear la curva de oferta para el pool eléctrico en ese plazo.

De esta forma se permitirá obtener una garantía de la potencia, estabilizar la red y vencer problemas técnicos que asegurarán un mayor grado de penetración de la energía eólica en la red, al contar con herramientas fiables de conexión y desconexión de este tipo de instalaciones. Con estas herramientas de predicción se contará con la posibilidad de planificar las curvas de oferta diarias de las compañías eléctricas y adaptarlas a las curvas de consumo, mejorando los sistemas de regulación de la red.

La dificultad de estas predicciones está en el grado de detalle y la cantidad de variables a analizar, y por supuesto de la necesidad de contar con amplios rangos de tiempo de previsión. La escasa fiabilidad de modelos existentes hace necesario desarrollar alternativas para cada caso, contando con la topografía y con el conocimiento de los agentes que explotan los

parques eólicos, a fin de maximizar el grado de acierto y la probabilidad de fijar el rango de velocidades de viento en una banda lo más estrecha posible.

Este trabajo pretende abordar una de las más importantes componentes de esta tarea, como es la predicción de la velocidad y dirección del viento. Para obtener la predicción de la velocidad del viento se emplearán dos de las técnicas de previsión de series temporales más ampliamente utilizadas: por un lado, la conocida metodología ARIMA de Box-Jenkins, y por otro las Redes Neuronales Artificiales (RNAs), que se están empleando cada vez más en el campo de la predicción de series temporales. Estas metodologías se pueden utilizar para pronosticar la velocidad y dirección del viento en un punto determinado, a partir de los datos históricos de velocidades y direcciones tomadas previamente. Posteriormente, los pronósticos obtenidos pueden ser introducidos en un programa informático como puede ser WASP, que con esta información junto con la orografía del terreno y los posibles obstáculos físicos que pudiera haber, es capaz de calcular lo que se denomina un “atlas del viento” de la zona en cuestión (Abild, 1994; Astrud and Larsen, 1999), lo que permitirá calcular una aproximación a la energía que se podría obtener de ese sistema eólico.

La literatura sugiere algunas características de las RNAs que las hacen especialmente interesantes en su aplicación a la previsión de series temporales. Fundamentalmente se señalan dos: la capacidad de las RN de aproximar prácticamente cualquier función (incluso las no lineales), y la posibilidad de hacer aproximaciones “*piece-wise*” o por trozos, de las funciones.

Desde el punto de vista matemático, las RNAs se pueden considerar como aproximadores universales de funciones (Hornik et al., 1989; Cybenko, 1989). Esto significa que pueden automáticamente aproximar la función que mejor se ajuste a los datos. Mientras que esta propiedad no tiene mucho valor si la relación funcional es simple (por ejemplo lineal), permite a las RNAs extraer relaciones cuando las funciones son muy complejas. Además las RNAs son intrínsecamente no lineales (Rumelhart and McClelland, 1986), lo cual implica no sólo que pueden estimar correctamente funciones no lineales, sino que también pueden extraer elementos no lineales de los datos, una vez extraídos los términos lineales.

Por otro lado, una RNA con una o más capas ocultas, puede dividir el espacio muestral automáticamente y construir diferentes funciones en diferentes porciones del espacio. Esto significa que las redes neuronales poseen la capacidad de construir modelos no lineales “*piece-wise*”. Collopy y Armstrong (1992), revisaron las opiniones de expertos en previsión, que coinciden en afirmar la importancia de contar con modelos con estas características, es decir, capaces de identificar y tratar cambios abruptos en los patrones de la serie temporal.

Todas estas características hacen que el empleo de las redes neuronales sea cada vez más habitual. Kalogirou (2001), hace una revisión de aplicaciones de redes neuronales en el campo de las energías renovables, mientras que aplicaciones específicas para la predicción de la velocidad del viento son desarrolladas por Sfetsos (2000), Mohandes et al. (1998), Alexiadis et al. (1998), Focken et al. (2002), Li et al. (2001), More (2003), Perez-Llera et al. (2002).

2. Descripción del Problema y Aplicación de RNs

Los datos históricos con los que se pretende obtener las previsiones consisten en las mediciones de la velocidad del viento (en metros por segundo), dirección (en grados), presión atmosférica (en milibares) y temperatura (en grados centígrados), tomadas en intervalos de 10

minutos desde el 1 de Enero de 2001 al 31 de Diciembre de 2002. En total más de 100000 registros para cada una de las 4 series temporales.

El objetivo será calcular previsiones con un horizonte máximo de 36 horas. Los resultados podrían ser los valores tanto de velocidad como dirección, con intervalo de 60 minutos (36 previsiones), o bien los valores de velocidad y dirección en las próximas 3 horas, con intervalos de 10 minutos (en total 18 previsiones).

Para la determinación de la configuración de la RN que se utilizará, se han utilizado los conocimientos de las series temporales que se han obtenido en la fase de Identificación propia de la metodología de Box-Jenkins. De aquí se han deducido varios hechos como son la gran importancia de los valores inmediatamente anteriores de las series así como la de los valores correspondientes al mismo instante del día anterior, aunque en mucha menor medida; también la influencia de las series presión y temperatura en la de la velocidad. Todos estos hechos se han tenido en cuenta en la configuración del perceptrón que se utilizará para el cálculo de previsiones.

El proceso de cálculo de pronósticos se ha dividido en dos fases (figura 1): la primera consiste en la previsión de los próximos valores de las series temporales de presión y temperatura; estos resultados junto con los valores anteriores de velocidad y dirección serán utilizados en el cálculo de previsiones de las series temporales de velocidad y dirección.

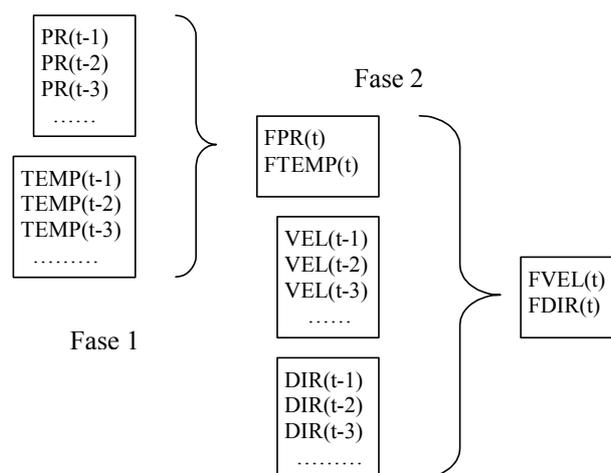


Figura 1. Esquema del proceso de previsión.

En la fase 1 se utilizará un perceptrón con 24 neuronas en la capa de entrada, para los 12 valores anteriores de cada una de las dos series temporales (Presión y Temperatura); después de varias pruebas se escogieron 18 neuronas en la capa oculta, y 2 neuronas de salida que proporcionarán las previsiones de presión y temperatura en el período siguiente. Para la fase 2, la red que se utilizará tendrá 30 neuronas en la capa de entrada: los 12 valores anteriores de las series temporales de velocidad y dirección, los 2 valores anteriormente calculados de presión y temperatura y otros 2 inmediatamente anteriores de cada una de las dos series.

Uno de los principales problemas que se presentan en el caso que nos ocupa, viene derivado del tamaño de las series temporales que se pretende pronosticar. Vamos a tener que entrenar varias redes neuronales con más de 100000 ejemplos (incluso más según se vayan incorporando datos nuevos), este hecho va a ralentizar en gran manera el proceso, lo que va

en contra del objetivo planteado inicialmente que era la obtención de previsiones a corto plazo. En el apartado siguiente se describe cómo se ha solucionado este problema.

3. Método de selección de los ejemplos de entrenamiento de la RN

Una de las características fundamentales de las RNAs es la velocidad de respuesta; así es posible obtener soluciones casi instantáneamente para ciertos tipos de redes, y en muy poco tiempo en la mayoría. Pero para que esto sea así, al menos en el perceptrón multicapa (que es la arquitectura que utilizaremos aquí), y suponiendo que el ordenador en el que se trabajará es un Pentium III o IV, debería darse alguna de estas condiciones:

1. La configuración de la red no debe ser excesivamente grande, de forma que el número de enlaces cuyo peso es necesario calcular no sea muy elevado.
2. El conjunto de ejemplos de entrenamiento no debe ser demasiado grande; cuanto más pequeño sea, más veces por unidad de tiempo pasará cada ejemplo por la red y más rápido se llegará a la solución.
3. La composición del conjunto de ejemplos de entrenamiento deberá ser homogénea, es decir, cuanto más parecidos entre sí sean los ejemplos que la red utiliza para aprender, más rápido será el proceso de aprendizaje.

De acuerdo con esto, una forma de acelerar el proceso es hacer una selección previa de los patrones o ejemplos de entrenamiento, de forma que se escojan los estrictamente necesarios como para que todas las relaciones subyacentes en la serie temporal estén debidamente representadas (Plutowski and White, 1991; Deco et al., 1997). En este caso, el proceso de entrenamiento utilizando un conjunto de ejemplos pequeño y que además está compuesto por casos muy similares entre sí (sin llegar a ser exactamente iguales), será sensiblemente más corto, de tal manera que la RNA estará lista para calcular previsiones en un plazo de tiempo muy breve.

En los últimos años han aparecido trabajos en los que se incluyen algoritmos de selección de patrones incorporados a una metodología de previsión con redes neuronales (Peng et al, 1992; Ho et al., 1992; Vermaak, 1998). Estos algoritmos se basan en la idea del “entrenamiento

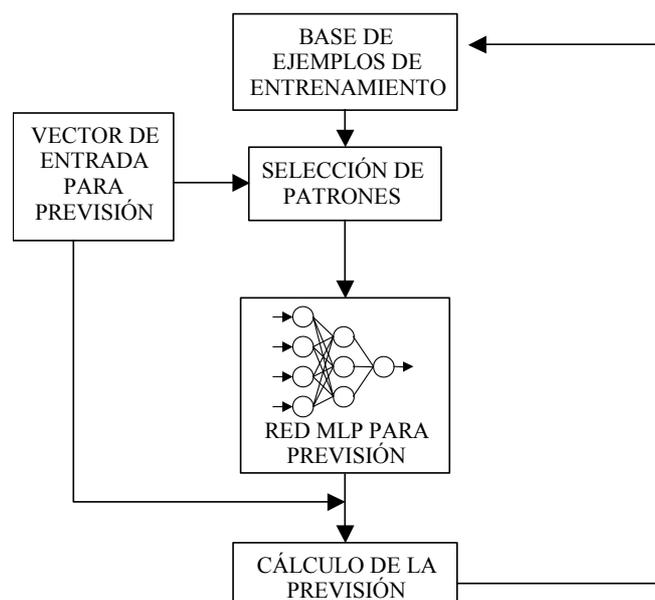


Figura 2. Método Selectivo de Entrenamiento de Redes Neuronales.

selectivo y continuo”, que se ha logrado implementar gracias al incremento de la potencia de las computadoras.

Si se desea calcular el valor previsto para un instante determinado, es conocido el vector de entrada a la red, que estará compuesto por los valores anteriores de todas las variables que se han incluido en el modelo. Entonces, se puede realizar una comparación entre el vector de entrada representativo de la previsión que deseamos calcular y los posibles patrones o ejemplos de entrenamiento disponibles en una base de datos que contiene todos los vectores representativos de situaciones pasadas en las que se conoce la solución (cada ejemplo está constituido por un vector de entrada y su salida correspondiente). De esta manera se puede seleccionar en cada caso los patrones con mayor parecido a la entrada (situaciones pasadas más similares a la que se desea pronosticar). Entrenando la red con los patrones elegidos, se obtiene una red neuronal lista para ser utilizada para calcular el valor previsto para ese instante. Este valor previsto puede ser guardado posteriormente como histórico virtual de cara a sucesivas previsiones. Todo el proceso aparece esquematizado en la figura 2.

Centrándonos en el proceso de selección de patrones, se puede medir la distancia entre el vector de entrada representativo de la previsión que queremos calcular, y los patrones almacenados en la base de ejemplos de entrenamiento, calculando la distancia euclídea entre ambos (Peng et al., 1992):

$$d(\hat{X}, X^{(k)}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^{(k)} - \hat{x}_i)^2} \quad (1)$$

donde \hat{X} es el vector de entrada y $X^{(k)}$ el k-ésimo vector de todos los almacenados en la base de ejemplos de entrenamiento.

Medir el parecido de un vector de entrada con los patrones almacenados, mediante la fórmula (1), puede llevar a que en los casos en los que una de las componentes sea muy distinta y las demás componentes muy parecidas, el resultado es que el valor de la distancia es elevado, lo que implicaría que los dos vectores son demasiado distintos como para seleccionar el patrón, y sin embargo, la realidad es que sólo se diferencian en una componente.

En nuestro caso, proponemos un procedimiento de selección de patrones que se basa en los fundamentos de las redes ART (Carpenter and Grossberg, 1987), las cuales son muy utilizadas en problemas de clasificación. Estas redes son capaces de clasificar vectores que se van introduciendo como entradas a la red, dependiendo de su parecido con los ya clasificados previamente. Para ello se efectúa una “prueba de similitud” en la que se cuantifica el parecido de un vector con los que pertenecen a un grupo determinado; después, en función de un “coeficiente de similitud” fijado de antemano, se determina si el nuevo vector pertenece o no a esa categoría. El coeficiente varía entre 0 y 100; 0 significa que no se exige ningún parecido para que ese patrón pertenezca al grupo, y 100 implica que para seleccionar un patrón, éste debe ser prácticamente igual al vector representativo de la categoría.

Si tomamos el vector de entrada (con el que intentamos pronosticar el siguiente valor de la serie temporal), como el vector representativo de una categoría, y vamos introduciendo en la red ART todos los patrones de entrenamiento de la base de ejemplos, la red seleccionará todos los ejemplos cuyas entradas son similares a las del caso que queremos pronosticar, en función del coeficiente de similitud previamente fijado. Todos estos ejemplos son almacenados en un

fichero de entrenamiento a partir del cual se obtendrán (por el método tradicional), los conjuntos de entrenamiento y validación de esa RNA.

Mediante este procedimiento, es posible entrenar la RNA con conjuntos de ejemplos tan pequeños como se desee (modificando convenientemente el coeficiente de similitud). Pero sin embargo, se asegura que el conjunto de entrenamiento contiene los ejemplos más representativos para el instante que se desea pronosticar.

4. Resultados

Aplicando las Redes Neuronales Artificiales y con las metodología de selección de ejemplos de entrenamiento descrita en el apartado anterior, se han calculado pronósticos de varios días pertenecientes a distintos meses del año. Se presentan aquí algunos de los resultados obtenidos:

1.- Previsión de 36 horas con intervalos de 60 minutos, a partir de las 0:00 horas del día 10 de Enero de 2002, y las 0:00 horas del día 15 de Julio de 2002. En la tabla 1, se muestran las medidas de error obtenidas, mientras que en las figuras 3 y 4 se representan gráficamente las previsiones calculadas.

Tabla 1. Medidas de Error

	10-01-2002	15-07-2002
Valor Medio del Error (MAD)	1.138	0.541
Error Cuadrático Medio (MSE)	3.084	1.009
Error Medio Porcentual (MAPE)	19.63%	13.96%

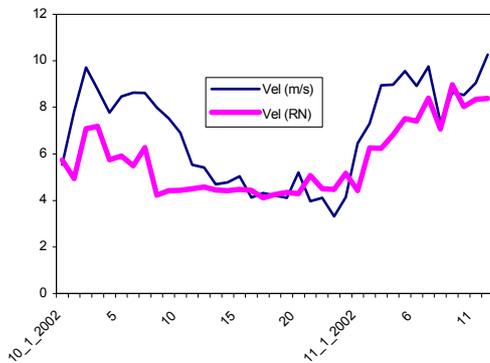


Figura 3. 0:00 10/01/02 – 12:00 11/01/02.

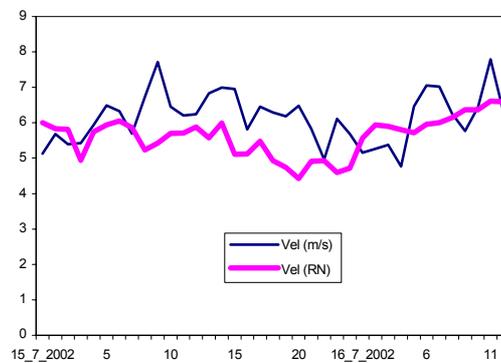


Figura 4. 0:00 15/07/02 – 12:00 16/07/02

En cuanto a la previsión de la dirección del viento, se han tomado 8 rangos de 45 grados cada uno a los que se han asignado las etiquetas: N (norte), NE (noreste), E (este), SE (sureste), S (sur), SW (suroeste), W (oeste) y NW (noroeste). En la tabla 2, se muestra el porcentaje de acierto de la red neuronal.

Tabla 2. Porcentaje de acierto de la RN.

	% de acierto
0:00 10/01/02 – 12:00 11/01/02	100%
0:00 15/07/02 – 12:00 16/07/02	75.6%

2.- Previsión de 3 horas con intervalos de 10 minutos, a partir de las 00:00 horas del día 9 de Enero de 2002 hasta las 02:50 horas del mismo día; y desde las 17:00 horas del día 24 de Agosto de 2002 hasta las 19:50 horas del mismo día. En la tabla 3, se muestran las medidas de error obtenidas, mientras que en las figuras 5 y 6 se representan gráficamente las previsiones calculadas.

Tabla 3. Medidas de Error.

	09-01-2002	24-08-2002
Valor Medio del Error (MAD)	-0.072	0.324
Error Cuadrático Medio (MSE)	0.158	0.504
Error Medio Porcentual (MAPE)	8.06%	6.70%

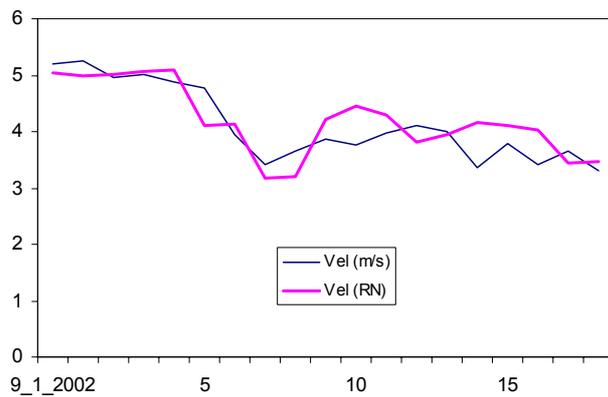


Figura 5. Previsiones 00:00 - 02:50, 9/1/02

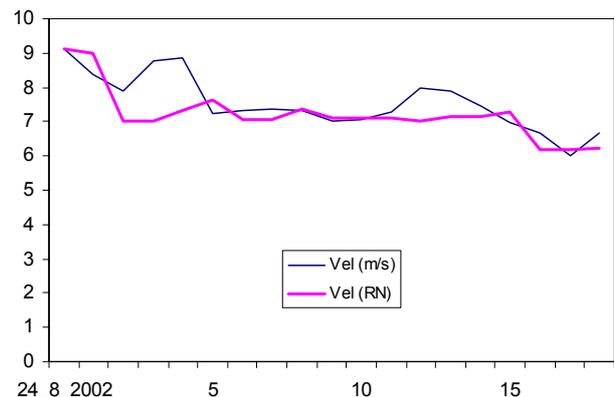


Figura 6. Previsiones 17:00 – 19:50, 24/8/02

En la tabla 4 se muestra el porcentaje de acierto de la red neuronal para la predicción de la dirección del viento durante las 3 horas consideradas.

Tabla 4. Porcentaje de acierto de la RN.

	% de acierto
00:00 09/01/02 – 02:50 09/01/02	100%
17:00 24/08/02 – 19:50 24/08/02	100%

5. Conclusiones

En este trabajo se ha utilizado la técnica de Redes Neuronales Artificiales para el cálculo de previsiones de la velocidad y dirección del viento en un punto geográfico determinado, dada la gran importancia que tiene la caracterización del viento cuando se trata de mejorar el aprovechamiento de una instalación de generación eólica.

Se ha aprovechado el conocimiento de las series temporales que se ha podido adquirir durante la fase de identificación de la metodología clásica de Box-Jenkins, para poder configurar las redes neuronales que se utilizarán en el proceso de cálculo de pronósticos. Además, existe un problema adicional derivado de la gran longitud de las series temporales con las que se está trabajando, que es el del tiempo necesario para entrenar las redes. Dado el tamaño del conjunto de ejemplos de entrenamiento de la red, el tiempo necesario para que el proceso de aprendizaje sea el adecuado, es lo suficientemente grande como para que no se puedan calcular predicciones a corto plazo. Este problema se solucionó utilizando un método de entrenamiento selectivo, en el que la red se entrena sólo con aquellos ejemplos que son

verdaderamente importantes en relación con el instante para el que se desea la previsión; de esta forma, es posible obtener pronósticos en un muy pocos minutos.

Referencias

- Abild, J. (1994): "Application of the Wind Atlas Method to extremes of wind climatology". *Technical Report RISO-R-722(EN)*, Riso National Laboratory.
- Alexiadis, M.C.; Dokopoulos, P.S.; Sahsamanoglou, H.S. and Manousaridis, I.M. (1998): "Short-Term Forecasting of Wind Speed and related Electrical Power". *Solar Energy*, 63(1), pp. 61-68.
- Astrud, P. and Larsen, S.E. (1999): "Wasp Engineering-Flow model for wind over land and sea". *Technical Report RISO-R-1107(EN)*, Riso National Laboratory.
- Box, G.E. and Jenkins, G.M. (1970): *Time Series Analysis*, Holden-Day, San Francisco.
- Collopy, F. and Armstrong, J.S. (1992): "Expert opinions about extrapolation and the mystery of the overlooked discontinuities". *International Journal of Forecasting*, 8, pp. 575-582.
- Cybenko, G. (1989): "Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function", *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2, pp. 303-314.
- Focken, U.; Lange, M.; Mönnich, K.; Waldl, H.-P.; Beyer, H.G. and Luig, A. (2002): "Short-term prediction of the aggregated power output of wind farms – a statistical analysis of the reduction of the prediction error by spatial smoothing effects". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90, pp. 231-246.
- Hoptroff, R.G. (1993): "The principles and practice of time series forecasting and business modeling using neural nets". *Neural Computing and Applications*, 1, pp. 59-66.
- Hornik, K.; Stinchcombe, M. and White, H. (1989): "Multilayer feedforward networks are universal approximators". *Neural Networks*, 2, pp. 359-366.
- Kalogirou, S.A. (2001): "Artificial neural networks in renewable energy systems applications: a review". *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 5, pp. 373-401.
- Li, S.; Wunsch, D.C.; O'Hair, E.A. and Giesselmann, M.G. (2001): "Using Neural Networks to Estimate Wind Turbine Power Generation". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16(3), pp. 276-282.
- Mohandes, M.A.; Rehman, S. and Halawani, T.O. (1998): "A Neural Networks Approach for Wind Speed Prediction". *Renewable Energy*, 13(3), pp. 245-354.
- More, A. and Deo, M.C. (2003): "Forecasting wind with neural networks". *Marine Structures*, 16, pp. 35-49.
- Perez-Llera, C; Fernandez-Baizan, M.C.; Feito, J.L. and Gonzalez, V. (2002): "Local Short-Term Prediction of Wind Speed: A Neural Network Analysis". *Proceedings of the iEMSS 2002*, 2, pp. 124-129.
- Priestley, M.B. (1988): *Non-Linear and Non-Stationary Time Series Analysis*. Academic Press, London.
- Rumelhart, D.E. and McClelland, J. (1986): *Parallel Distributed Processing*. MIT Press, Cambridge.
- Sfetsos, A. (2000): "A comparison of various forecasting techniques applied to mean hourly wind speed time series". *Renewable Energy*, 21, pp. 23-35.
- Subba Rao, T. (1992): "Analysis of Nonlinear Time Series (and Chaos) by Bispectral Methods". In *Nonlinear Modeling and Forecasting*, (Casdagli, M. and Eubank, S., ed.). Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity, Proc. Vol XII, pp. 199-226.
- Tong, H. (1983): *Threshold Models in Non-Linear Time Series Analysis*. Springer-Verlag, New York.
- Tong, H. (1990): *Non-Linear Time Series: A Dynamic System Approach*. Oxford University Press, Oxford.

Tsay, R.S. (1991): "Non-Linear Time Series Analysis: Diagnostics and Modelling". *Stat. Sinica*, 1, pp. 432-451.

Yule, G. (1927): "On a Method of Investigating Periodicity in Disturbed Series with special reference to Wolfer's Sunspot Numbers". *Phil. Trans. Royal Society London*, 226, pp. 267-298.