IX Congreso de Ingeniería de Organización
Gijón, 8 y 9 de septiembre de 2005

Heurística, resultado de calibración de heurísticas, para la determinación de secuencias en una máquina multiproducto sujeta a fallos y con costes cuadráticos.

Albert Corominas[1], Rafael Pastor[1], Ana Sánchez[1]

[1] Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales. ETS de Ingeniería Industrial de Barcelona. Universidad Politécnica de Cataluña. albert.corominas@upc.edu, rafael.pastor@upc.edu, ana.sanchez@upc.edu.

Resumen

Se considera una máquina capaz de producir distintos tipos de pieza de forma simultánea. Dicha máquina está sujeta a fallos (en cuyo caso permanece parada temporalmente) y se desea minimizar sus costes cuadráticos de almacenamiento y de carencia. Para su resolución, en la literatura se han propuesto procedimientos exactos (eficientes únicamente con un número reducido de piezas) y procedimientos heurísticos de ordenación. En este artículo se propone un procedimiento heurístico de ordenación basado en la calibración previa de un polinomio mediante el método de Nelder y Mead. Se muestran los resultados obtenidos.

Palabras clave: *Prioritized Hedging Points*, heurística, 1-máquina.

1. Introducción: Definición del problema.

Se considera una máquina capaz de producir n productos o tipos de pieza distintos de forma simultánea. Esta máquina debe satisfacer una tasa de demanda conocida para cada tipo de pieza ($d_j; j = 1,...,n$) y se desea minimizar la esperanza matemática de los costes de almacenamiento y de carencia. Estos costes son cuadráticos respecto a la cantidad de piezas almacenadas y se ponderan con un coeficiente c_j, que, en adelante, se denominará coste. Si ocurre un fallo o una avería, la máquina permanece parada hasta que es reparada; los tiempos de funcionamiento y de paro siguen distribuciones exponenciales de parámetros conocidos ($1/q_F$ y $1/q_P$, respectivamente). Otros datos conocidos son: la tasa máxima de producción de la máquina (μ, que es igual para todos los productos) y la particularidad que la máquina dispone de capacidad suficiente para satisfacer todas las demandas.

Shu y Perkins (2001) formalizan el problema como una extensión de trabajos previos. Siguiendo la dirección apuntada por otros autores (por ejemplo Caramanis y Liberopoulos, 1991), se restringen las posibles políticas de actuación a las políticas de tipo PHP (*prioritized hedging points*). Dichas políticas presentan el siguiente funcionamiento: siguiendo un orden de prioridad de las piezas previamente establecido, se va asignando toda la capacidad de la máquina a la pieza de mayor prioridad hasta que el stock de dicha pieza alcanza una determinada cota (que varía según el tipo de pieza) llamada *hedging point*; una vez alcanzada esta cota, se mantiene un nivel de producción igual a la tasa de demanda de dicho tipo de pieza para mantener constante el nivel de stock y el resto de capacidad de la máquina se asigna a la pieza de siguiente prioridad; y así sucesivamente. En Shu y Perkins (2001) se establecen expresiones analíticas simples para determinar el valor óptimo del hedging point z_j^* (ecuación 1) y el coste de almacenamiento o carencia, que es la suma de los costes parciales de almacenamiento J_j^* (ecuación 2).

$$z_j^* = \frac{1-\gamma_j}{\lambda_j} - \frac{1-\gamma_{j-1}}{\lambda_{j-1}} \quad \text{con } \lambda_j = \frac{q_u}{D_j} - \frac{q_d}{\mu - D_j} \text{ ; } \gamma_j = \frac{\mu q_u - (q_d + q_u)D_j}{(\mu - D_j)(q_d + q_u)} \text{ y } D_j = \sum_{k=1}^{j} d_k \qquad (1)$$

$$J_j^* = C_j - c_j (z_j^*)^2 \qquad \text{con} \qquad C_j = 2 c_j z_j^* [\frac{1}{\lambda_j} - \frac{(1-\gamma_{j-1})\gamma_j}{(1-\gamma_j)\gamma_{j-1}\lambda_{j-1}} \qquad (2)$$

Para encontrar el orden óptimo de las piezas, Shu y Perkins exponen dos tipos de relaciones de precedencia y dominancia entre piezas, pero no acaban de concretar el procedimiento a seguir. Cabría la posibilidad de probar todas las secuencias posibles; sin embargo, resulta evidente que este procedimiento no es eficiente.

En Corominas et *al.* (2004), se proponen dos procedimientos basados en programación dinámica para determinar la secuencia óptima de prioridad de las piezas y se realiza una amplia experiencia computacional para estudiar su eficiencia. Los resultados muestran que los tiempos de cálculo, para un mismo valor de *n*, son parecidos y crecen exponencialmente en función de *n* (como está previsto a partir del análisis del algoritmo).

Este crecimiento tan importante de los tiempos de cálculo pone de manifiesto, para valores elevados de *n*, la necesidad de disponer de una alternativa que permita resolver el problema en tiempos más asequibles. Con este objetivo, en Corominas et *al.* (2005) se desarrollan siete procedimientos heurísticos para la determinación del orden de prioridad para los distintos tipos de piezas; logran mejorar notablemente los tiempos de resolución (todos son inferiores o iguales a 0.02 segundos) aunque en algunos casos a costa de empeorar sustancialmente la eficacia. La experiencia computacional realizada muestra diferencias cualitativas: algunas heurísticas se ajustan mucho mejor a las soluciones óptimas que otras (aunque todas ellas, en promedio, presentan una cierta discrepancia como muestra la Tabla 1).

Tabla 1. Porcentaje de discrepancia mínima, media y máxima respecto a los óptimos.

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7
D min (%)	0,0	0,1	0,0	6,8	10,3	0,0	3,2
D med (%)	138,7	18,6	1,8	886,1	342,6	6,6	636,5
D max (%)	732,9	109,6	43,9	2531,7	1364,6	62,7	2059,9

En este trabajo se propone un procedimiento heurístico de ordenación basado en la calibración previa de un polinomio mediante el método de Nelder y Mead y se muestran los resultados obtenidos en la experiencia computacional.

2. Calibración de heurísticas

La calibración de un polinomio mediante el conocido algoritmo de Nelder y Mead, para su posterior utilización en un procedimiento heurístico, es un caso particular del tipo de heurísticas que plantea Corominas (2005); propone utilizar un conjunto de ejemplares "de entrenamiento" para determinar el mejor valor de ciertos parámetros característicos de una heurística y validar el resultado mediante la aplicación de esta heurística a un nuevo conjunto de ejemplares.

En el problema que nos ocupa, se puede pensar que el orden óptimo de prioridad de las piezas lo pueden determinar las características propias de las piezas (con la notación definida con anterioridad, se trataría, para n=j, de las magnitudes d_j y c_j). Así pues, dicho orden de prioridad podría venir determinado por un polinomio con estas dos variables, aunque se ignora el grado y la forma del polinomio. Se decide partir de la expresión (3):

$$c^{\alpha}\cdot d^{\beta}+A\cdot c^{\gamma}+B\cdot d^{\lambda} \qquad (3)$$

El objetivo es determinar los valores de α, β, γ, λ, A y B de tal manera que, sustituyendo estos valores en la expresión (3), evaluándola para *j=1,...,n* y ordenando estos valores de forma decreciente, se establezca el orden de prioridad de las piezas. Para ello, se utiliza el algoritmo de Nelder-Mead o de los poliedros flexibles, en donde la suma de los valores de la función objetivo para todos los ejemplares del conjunto es función del valor de los parámetros α, β, γ, λ, A y B y se desea encontrar un óptimo local.

De esta manera, se establece la forma exacta del polinomio que se utiliza posteriormente en la heurística de ordenación.

3. Experiencia computacional

Para evaluar los tiempos de computación, conviene precisar que en la experiencia computacional se ha utilizado un ordenador Pentium IV a 3.2 GHz y 1 GB de memoria RAM, y que el lenguaje de programación utilizado ha sido Visual Fortran Professional Edition 6.6.0.

La experiencia computacional se ha realizado en dos partes: en primer lugar, se ha determinado el valor de los parámetros del polinomio que se utilizan posteriormente para establecer el orden de prioridad de las piezas; en segundo lugar, se ha resuelto un conjunto de ejemplares mediante la heurística de ordenación (en este caso, se trabaja con los ejemplares utilizados previamente por Corominas et *al.*, 2005, que son distintos de los ejemplares utilizados durante la calibración).

El tiempo necesario para calibrar el valor de los parámetros del polinomio ha sido de aproximadamente 29 minutos (utilizando un conjunto de 750 ejemplares). Este tiempo no es desdeñable pero, tratándose de una tarea que se realiza una única vez, es asumible y se ha preferido utilizar un número elevado de ejemplares para minimizar cualquier influencia propia de los ejemplares. En concreto se obtiene que α=1.96, β=1.51, γ=0.88, λ=0.98, A=1.80 y B=-2.65 y la forma final del polinomio se presenta en la ecuación 4.

$$c^{1.96}\cdot d^{1.51}+1.80\cdot c^{0.88}-2.65\cdot d^{0.98} \qquad (4)$$

Los tiempos de resolución de los ejemplares, utilizando la heurística de ordenación diseñada previamente, son inferiores a 0.02 segundos y no se observa ninguna tendencia particular en cuanto a su evolución. Se ha resuelto un total de 1400 ejemplares (con $n \in [10,23]$) y la discrepancia promedio respecto a las soluciones óptimas es del 0.3%, (la discrepancia mínima es del 0% y la discrepancia máxima es del 16.0%, si bien es cierto que este valor tan alto es un caso aislado entre los 1400 ejemplares).

Comparando la discrepancia de esta heurística calibrada frente a las discrepancias de las heurísticas de Corominas et al. (2005), resulta notable la mejora que se ha logrado: no solo la discrepancia media es mucho menor, sino que además la variabilidad ha disminuido. Incluso tomando, por ejemplo, la heurística 3 (que es la mejor de las propuestas en Corominas et al., 2005), se consigue reducir la divergencia media en un 81% (se pasa del 1,8% al 0.34%).

4. Perspectivas

Como alternativa a los procedimientos de resolución basados en heurísticas y como vía de posibles extensiones, en la actualidad se está planteando la resolución del problema mediante el uso de cotas en un programa dinámico (de tipo *Branch & Bound*) o mediante metaheurísticas.

También se puede seguir investigando en el campo de la calibración de las heurísticas, partiendo de polinomios más complejos que podrían ser susceptibles de proporcionar resultados mejores: por ejemplo, se puede intentar introducir en el polinomio un término que indique el número de precedencias entre piezas (término que en la heurística 6 de Corominas *et al.* proporcionaba resultados bastante satisfactorios).

Referencias

Caramanis, M; Liberopoulos, G (1992). Perturbation Analysis for the Design of Flexible Manufacturing System Flow Controllers, Oper. Res., vol. 40, pp. 1107-1125.

Corominas, A. (2005). EAGH (Empirically Adjusted Greedy Algorithms). *IX Congreso de Ingeniería de Organización*, Gijón.

Corominas, A.; Griñó, R.; Pastor, R. (2004). Determinación de secuencias óptimas en una máquina multiproducto sujeta a fallos y con costes cuadráticos. *XXVIII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, Cádiz.

Corominas, A.; Pastor, R.; Sánchez, A. (2005). Procedimientos heurísticos para la determinación de secuencias en una máquina multiproducto sujeta a fallos y con costes cuadráticos. *IX Congreso de Ingeniería de Organización*, Gijón.

Shu, C.; Perkins, J. (2001). Optimal PHP production of multiple part-types on a failure-prone machina with quadratic buffer costs. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 46 541-549.