4th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management
XIV Congreso de Ingeniería de Organización
Donostia- San Sebastián , September 8th -10th 2010

Transformación Posibilidad-Probabilidad basada en el Principio de Preservación de Información

David de la Fuente[1], María José Pardo[226]

[1] Dpto. de Administración de Empresas. Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Gijón. Universidad de Oviedo. Campus de Viesques, s/n 33204. Gijón. david@uniovi.es
[2] Dpto. de Economía Aplicada IV. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad del País Vasco. Avda. Lehendakari Aguirre 83, 48015. Bilbao. mjose.pardo@ehu.es

Resumen

Nuestro principal resultado en este trabajo es desarrollar un procedimiento para transformar una distribución de posibilidad inicial en una función de densidad de probabilidad, de tal forma que la función obtenida contenga la misma incertidumbre que la distribución incial. El aspecto más importante del procedimiento es la utilización del Principio de Preservación de Información, el cual es en sí mismo un método general para transformar datos desde una representación inicial de incertidumbre a una nueva representación.

Palabras clave: Transformación Posibilidad-Probabilidad, Principio de Preservación de Información, Medidas de Incertidumbre, Principio de Consistencia

1. Introducción

A fin de utilizar las ventajas de las diferentes teorías sobre incertidumbre en los sistemas basados en el conocimiento, necesitamos la capacidad para pasar de una teoría a otra, según proceda. Estos movimientos, o transformaciones, deben satisfacer ciertos requisitos justificables. Así, se necesita que los valores que expresan la incertidumbre en una de las teorías (probabilidades, posibilidades, asignación de masa, etc.) sean transformados en los correspondientes valores por medio de una escala apropiada. Además, es necesaria que la cantidad de incertidumbre (e información) sea conservada a través de la transformación. Las transformaciones que satisfacen estas dos necesidades (escala e invarianza de incertidumbre) son conocidas como transformaciones que preservan la información.

Estos tipos de transformaciones han sido estudiadas extensamente por Klir (1990) y Geer y Klir (1992) sólo en el caso discreto. Están básicamente guiadas por dos principios: i) la conservación de la incertidumbre -la incertidumbre contenida en la distribución de posibilidad debe ser igual a la incertidumbre contenida en la función de densidad de probabilidad expresada en términos de la entropía de Shannon-; ii) la transformación es calculada mediante una escala apropiada -transformación mecánica de datos. En su trabajo Klir (1990) propone diferentes transformaciones a escala: *ratio scale*, *interval scale* y *log-interval scale*.

Hemos llevado a cabo un amplio estudio de las diferentes transformaciones posibilidad-probabilidad existentes en la literatura, para transformar datos en el caso continuo, y hemos encontrado los trabajos de Chanas y Nowakowski (1988), Lee y Li (1988), Gupta (1992), Negi y Lee (1992), Dubois, Prade y Sandri (1993), Wonnenberger (1994), Baudrit (2006) y

[26] Este trabajo se enmarca dentro del proyecto de investigación subvencionado por el Ministerio de Ciencia e Innovación con referencia TIN2009-14374-C03-01.

Florea et al. (2008). Las transformaciones propuestas por Chanas y Nowakowski (1988), Negi y Lee (1992) y Dubois, Prade y Sandri (1993) conducen al mismo resultado, la diferencia es el método utilizado para obtenerlas, y es su transformación la más utilizada por los autores que necesitan incorporar incertidumbre en sus trabajos (Lee y Llinas, 2003; Lee et al., 2005; Rebiasz, 2007). De todas ellas, sólo la transformación propuesta por Wonneberger (1994) verifica el principio de invarianza de incertidumbre a través de un parámetro β, pero a diferencia de la suya, la transformación que vamos a proponer en este trabajo es más cómoda y con menor coste computacional por ser fácilmente determinable el parámetro β. Las transformaciones propuestas por el resto de autores aunque sí verifican el principio de consistencia no verifican el principio de invarianza de incertidumbre, lo que supone que la cantidad de incertidumbre (e información) no es preservada cuando una representación de incertidumbre posibilista es transformada en su contrapartida probabilista.

Por ello, nuestro objetivo en este trabajo es desarrollar una transformación posibilidad-probabilidad en el caso continuo, de manera que la función de densidad de probabilidad obtenida con la transformación contenga la misma incertidumbre que la distribución de posibilidad original además de mantener unos principios básicos de las transformaciones tales como el principio de preservación de la ignorancia o el principio de preservación de la simetría. El aspecto más importante de nuestra aproximación es la utilización del principio de invarianza de incertidumbre o Principio de Preservación de Información, inicialmente definido por Klir (1990), el cuál en sí mismo es un procedimiento para ir desde una representación de incertidumbre inicial a una nueva representación. Además, compararemos nuestra transformación con otras transformaciones propuestas en la literatura (Dubois, et al. 1993) por medio del principio de consistencia el cual establece condiciones bajo las cuales una distribución de posibilidad y una distribución de probabilidad son consideradas consistentes. Este principio fue inicialmente presentado por Zadeh (1978) y posteriormente desarrollado por Dubois y Prade (1982).

2. Principio de Preservación de Información y Principio de Consistencia

En esta sección detallamos las características de ambos principios así cómo las condiciones que debe cumplir la transformación posibilidad-probabilidad que preserva la información.

2.1. Principio de Preservación de Información

El Principio de Preservación de Información fue inicialmente introducido por Klir (1990). Intenta establecer conexiones entre representaciones de incertidumbre e información en teorías matemáticas alternativas. El principio requiere que la cantidad de incertidumbre (e información) sea preservada cuando una representación de incertidumbre en una teoría matemática es transformada en su contrapartida en otra teoría, "*la cantidad de información es preservada si y sólo si la cantidad de incertidumbre es preservada*". Así, el principio garantiza que ninguna información es inconscientemente añadida o eliminada únicamente al cambiar el marco matemático en el cual un fenómeno concreto está formalizado.

Para transformar la representación de un problema en una teoría T1, en una representación equivalente en otra teoría T2 utilizando el Principio de Preservación de Información es necesario que:

1. La cantidad de incertidumbre asociada con la situación sea preservada cuando nos movemos desde T1 a T2. Esta condición garantiza que no hay incertidumbre añadida o eliminada por el cambio en la teoría matemática en la cual un fenómeno particular es formalizado. Si la cantidad de incertidumbre no fuera preservada entonces o bien alguna información no soportada por la evidencia sería inconscientemente añadida por la transformación (información sesgada) o alguna información útil contenida en la

evidencia sería inconscientemente eliminada (información perdida). Para garantizar que esta condición se cumple en primer lugar necesitamos definir las medidas de incertidumbre que calculan la cantidad de incertidumbre asociada a una teoría matemática y, posteriormente, calcularemos la transformación de manera que si $U(\mu)$ es la medida de incertidumbre de la distribución de posibilidad μ y $H(f)$ es la medida de incertidumbre de la función de densidad de probabilidad *f*, entonces $U(\mu)=H(f)$.

2. El grado de creencia en T1 será convertido a su contrapartida en T2 mediante una escala apropiada. Esta condición garantiza que ciertas propiedades de μ, las cuales son consideradas esenciales en el contexto dado (tal como el orden o proporcionalidad de valores relevantes), sean preservadas bajo la transformación. Las transformaciones bajo las cuales ciertas propiedades de una variable numérica permanecen invariantes son conocidas en la teoría de la medida como *escalas*. Esta condición nos obliga a que la transformación propuesta por nosotros sea una escala. Estudiadas las diferentes transformaciones a escala propuestas por Klir (1990), en el caso discreto, obtenemos que la única transformación que preserva el principio de consistencia es la transformación *log-interval scale*, que está formulada como: $p_i = \alpha \cdot \pi_i^{\beta}$.

Por tanto, para conseguir nuestro objetivo de encontrar una transformación en el caso continuo basada en Principio de Preservación de Información tenemos que: i) definir adecuadamente las medidas de incertidumbre en las dos teorías matemáticas, $U(\mu)$ y $H(f)$; ii) definir una transformación a escala para el caso continuo tal que $f(x)=f_{scale}(\mu(x))$ donde f_{scale} es una función que preserve la escala tal como la propuesta para el caso discreto; iii) mediante la igualdad $U(\mu)=H(f)$ calcular la función de densidad de probabilidad *f*.

2.2. Principio de Consistencia

El principio es de uso en situaciones en las cuales lo que es conocido acerca de una variable X es su distribución de posibilidad más que su distribución de probabilidad. En tales casos, el Principio de Consistencia proporciona una base para la transformación desde la distribución de posibilidad a la distribución de probabilidad de X. Además, métodos los cuales deriven medidas de probabilidad desde datos posibilísticos y viceversa deben ser respetuosos con este principio a fin de ser intuitivamente aceptados. Este principio es un resultado del hecho de que "*lo que es posible*" influye y está influenciado por "*lo que es probable*". Zadeh (1978) definió la medida de consistencia en el caso discreto: dada la variable *x* que toma los valores $u_1,\ldots,u_n$ con distribución de posibilidad $\Pi=(\pi_1,...,\pi_n)$ y con distribución de probabilidad $P=(p_1,...,p_n)$ entonces la medida de consistencia entre Π y P es $\gamma=\pi_1 p_1+\pi_2 p_2+...+\pi_n p_n=\sum_{i=1}^{n}\pi_i p_i$. Así, cuanto mayor es γ mayor es la consistencia entre las dos distribuciones (Oussalah, 2000). Chanas y Nowakowski (1988) definen la medida o *grado de consistencia* en el caso continuo entre una distribución de posibilidad μ y una función de densidad de probabilidad f como $\gamma=\int_{\mathbf{R}}\mu(x)f(x)dx$.

Por último, Dubois y Prade (1982) analizan este concepto de consistencia y consideran que una distribución de posibilidad Π y una distribución de probabilidad *P* son consistentes si la información suministrada por Π está contenida en la información dada por *P*. Esto lleva a $\Pi(A) \geq P(A)$, $\forall A$, $P(A) = \sum_{u_i \in A} p_i$, $\Pi(A) = \max_{u_i \in A} \pi_i$.

3. Medidas de incertidumbre en el caso continuo

La caracterización y cuantificación de la incertidumbre asociada con conjuntos fuzzy o con espacios probabilísticos son cuestiones importantes que afectan a la gestión de la incertidumbre en la modelización y diseño de sistemas. En esta sección llevaremos a cabo un estudio de las diferentes medidas de incertidumbre que hemos encontrado en la literatura, en el caso continuo, y determinaremos cuáles reflejan el mismo tipo de incertidumbre en las dos teorías analizadas a fin de poder determinar nuestra transformación.

3.1. Medidas de incertidumbre de distribuciones de probabilidad

En Cover y Thomas (1991) se define el concepto de *entropía diferencial*, o entropía de Boltzmann, la cual es la entropía de una variable aleatoria continua, y es similar en alguna forma a la entropía de una variable aleatoria discreta, la entropía de Shannon (1948), si bien hay algunas importantes diferencias (por ejemplo, puede ser negativa). La *entropía diferencial* $H(f)$ de la variable aleatoria continua *X* con función de densidad de probabilidad $f(x)$ es definida como la integral, si existe: $H(f) = -\int_{\mathbf{R}} f(x) \ln f(x)\, dx$.

Wonneberger (1994) define la entropía de una función de densidad de probabilidad para el caso continuo de dimensión *n*. Pero cuando la dimensión es $n = 1$ entonces la entropía definida por Wonneberger es igual a la *entropía diferencial* definida por Cover y Thomas. La medida de incertidumbre deberá alcanzar el máximo valor cuando la distribución es uniforme (Kapur, 1994). Así, si *X* es una variable aleatoria distribuida uniformemente en el $[a,b]$ la *entropía diferencial* alcanza el máximo valor, con: $H(f) = \ln(b-a)$. Y, por tanto, el rango de la *entropía diferencial* es $(-\infty, \ln(b-a)]$.

3.2. Medidas de incertidumbre de distribuciones de posibilidad

El principio de invarianza de incertidumbre es respetado si elegimos la medida de incertidumbre que refleja el tipo de incertidumbre equivalente a la *entropía diferencial* y, por tanto, el rango de la medida de incertidumbre de la distribución de posibilidad debe ser $(-\infty, \ln(b-a)]$ y la medida debe alcanzar el valor máximo cuando la distribución es uniforme, siendo $\ln(b-a)$. En nuestro estudio de la literatura existente respecto a medidas de incertidumbre hemos encontrado medidas de incertidumbre de distribuciones de posibilidad en el caso continuo en muchos trabajos, tales como las debidas a De Luca y Termini (1972), Yager (1983), Higashi y Klir (1983), Klir y Folger (1988), Wonneberger (1994), Kearfott y Kreinovich (1996), Klir y Wierman (1999), Nuñez et al. (2003) y Li y Liu (2007) (esta es sólo una lista de los trabajos más representativos). En todas las medidas de incertidumbre hemos calculado el rango y el valor máximo cuando la distribución es uniforme y sólo las medidas de Higashi y Klir (1983) y Wonneberger (1994) verifican las condiciones necesarias para nuestra transformación. Además, hemos comprobado que las dos medidas toman el mismo valor cuando el espacio de trabajo es unidimensional. Así, la única medida de incertidumbre válida para nuestros propósitos es la medida definida por estos autores. Esta medida de incertidumbre para una distribución de posibilidad $\mu(x)$ utilizando la noción de α-corte es $U(\mu) = \int_0^1 \ln|A_\alpha|\, d\alpha$, donde $A_\alpha = [\overline{A}_\alpha, \underline{A}_\alpha]$ es el α-corte de $\mu(x)$ y $|A_\alpha| = \overline{A}_\alpha - \underline{A}_\alpha$ es la cardinalidad del α-corte.

4. Transformación con preservación de información o transformación con invarianza de incertidumbre

Conocidas las medidas de incertidumbre en las dos teorías sólo nos falta definir la transformación a escala, por ejemplo adaptando la propuesta por Klir (1990) para el caso continuo. Así definimos la transformación de la función de distribución de posibilidad $\mu(x)$ en la función de densidad de probabilidad $f(x)$ de la forma:

$$f(x) = \alpha\mu(x)^{\beta} \tag{1}$$

Aquí, aplicando el requisito de normalización probabilística $\int f(x)\,dx = 1$ obtenemos el valor del parámetro α y de $f(x)$:

$$f(x) = \alpha\mu(x)^{\beta} = \frac{\mu(x)^{\beta}}{\int \mu(x)^{\beta}\,dx} \tag{2}$$

Por último, el parámetro β es la solución de la ecuación: $U(\mu) = H(f)$.

La transformación propuesta por nosotros se encuentra en Lee y Li (1988) para el caso en que $\beta = 1$. Así, Lee y Li proponen que "cuando no se conoce más información que la función de pertenencia $\mu(x)$ para un evento fuzzy, una función de densidad de probabilidad muy razonable es la función de densidad de probabilidad proporcional, lo cual significa que la probabilidad de ocurrencia de un evento fuzzy debe ser proporcional al valor $\mu(x)$, es decir $f(x) = \alpha\mu(x)$. Es similar a la idea en la teoría de posibilidad de que si un evento rara vez ocurre, debe ser menos posible que el evento el cual ocurre más a menudo".

Propiedades de la transformación con preservación de información

Las diferentes transformaciones se caracterizan y clasifican en función de las propiedades que verifican. La transformación propuesta en este trabajo, además de las propiedades de conservación de la información y preservación de escala, cumple las siguientes propiedades (Oussalah, 2000):

1. Biyectividad, en el sentido de que si *T* es la transformación posibilidad$\rightarrow$probabilidad, entonces la función inversa T^{-1} corresponde a la transformación inversa probabilidad $\rightarrow$ posibilidad.
2. Fuerte preservación de preferencia, si el elemento *x* es preferido sobre otro elemento *y* conforme a la distribución de posibilidad, entonces está preferencia también se mantiene en la distribución de probabilidad obtenida con la transformación.
3. Preservación de la ignorancia, si el estado de completa ignorancia ocurre en la distribución de posibilidad (todos los elementos del universo tienen posibilidad 1) entonces este estado debe ser trasladado a la correspondiente función de densidad de probabilidad (distribución uniforme).
4. Preservación de la simetría, en el sentido de que la forma general de la distribución de posibilidad es la misma en su contrapartida probabilista.

5. Comparación de la transformación con preservación de información con la transformación propuesta por los autores Dubois, Prade y Sandri (1993)

Otro de los objetivo de este trabajo es probar la validez de la transformación con preservación de información realizando la comparación con la transformación propuesta por los autores Dubois et al. (1993). Elegimos ésta de las existentes en la literatura porque es la más utilizada por los investigadores que necesitan transformar. También hemos realizado la comparación con los métodos propuestos por Lee y Li (1988) y Gupta (1993), pero no la incluimos para resumir el trabajo. Para realizar la comparación vamos a tomar como punto de partida que la distribución de posibilidad viene determinada por un número borroso triangular (NBT), porque los NBT son simples y fáciles de manipular en los cálculos matemáticos, además son muy utilizados en situaciones prácticas y en el diseño y modelado de sistemas. Pero la comparación que vamos a realizar puede ser llevada a cabo con otras funciones de pertenencia. En concreto, también la hemos calculado para números borrosos trapezoidales, pero debido a la limitación de espacio, sólo incluimos en este trabajo la comparación con un NBT. El NBT va a ser transformado siguiendo el método propuesto por nosotros en primer lugar y después siguiendo el método desarrollado por Dubois et al. (1993) En ambos casos, calcularemos la *entropía diferencial* y el *grado de consistencia* entre la distribución de posibilidad y la función de densidad de probabilidad.

Sea $\tilde{A}$ un NBT de la forma: $\tilde{A} = (a-d_1, a, a+d_2)$ con función de pertenencia:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-(a-d_1)}{d_1} & \text{si} \quad a-d_1 \le x \le a \\ \dfrac{(a+d_2)-x}{d_2} & \text{si} \quad a \le x \le a+d_2 \end{cases} \tag{3}$$

con α-corte: $A_\alpha = \left[a-d_1(1-\alpha), a+d_2(1-\alpha)\right]$, y si $D = d_1 + d_2$ entonces la medida de incertidumbre es $U(\mu_{\tilde{A}}(x)) = \ln D - 1$ con $|A_\alpha| = (d_1+d_2)(1-\alpha) = D(1-\alpha)$.

5.1. Transformación con preservación de información de un NBT

En primer lugar calculamos la transformación del NBT en una función de densidad de probabilidad utilizando la transformación con preservación de información. Para ello realizamos los siguientes pasos:

1. Calculamos la función de densidad $f(x)$ (2) en la cuál el término del denominador es: $\int_{-\infty}^{\infty} \mu_{\tilde{A}}(x)^\beta dx = \dfrac{D}{\beta+1}$, entonces:

$$f(x) = \frac{\beta+1}{D} \mu_{\tilde{A}}(x)^\beta \tag{4}$$

2. Calculamos la *entropía diferencial* de la función de densidad $H(f)$:

$$H(f(x)) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln f(x) dx = \frac{\beta}{\beta+1} - \ln\frac{\beta+1}{D} \tag{5}$$

3. Calculamos el valor del parámetro β mediante la igualdad $U(\mu_{\tilde{A}}(x)) = H(f(x))$, obteniendo $\beta = 5.3054$ y sustituyendo en (4) el valor del parámetro β tenemos

completamente determinada la función de densidad de probabilidad obtenida por la transformación de un NBT:

$$f(x) = \frac{6.3054}{D} \mu_{\tilde{A}}(x)^{5.3054} \tag{6}$$

Entropía diferencial: $H(f(x)) = -\int_{a-d_1}^{a+d_2} f(x) \ln f(x)\, dx = \ln D - 1$

Grado de consistencia: $\gamma = \int_{a-d_1}^{a+d_2} \mu_{\tilde{A}}(x) f(x)\, dx = \frac{\beta+1}{\beta+2} = 0.863$

5.2. Transformación desarrollada por los autores Dubois, Prade y Sandri (1993)

En segundo lugar calculamos la función de densidad de probabilidad, que denotamos $f_D(x)$, obtenida desde la transformación del NBT siguiendo el método propuesto por los autores Dubois et al. (1993). La función de densidad calculada por este método es:

$$f_D(x) = \int_0^{\mu_{\tilde{A}}(x)} \frac{d\alpha}{|A_\alpha|} = \begin{cases} \frac{-1}{D} \ln \frac{a-x}{d_1} & \text{si} \quad a-d_1 \le x \le a \\ \frac{-1}{D} \ln \frac{x-a}{d_2} & \text{si} \quad a \le x \le a+d_2 \end{cases} \tag{7}$$

Entropía diferencial: $H(f_D(x)) = -\int_{a-d_1}^{a+d_2} f_D(x) \ln f_D(x)\, dx = \ln D - 1 + 0.577$

Grado de consistencia: $\gamma_D = \int_{a-d_1}^{a+d_2} \mu_{\tilde{A}}(x) f_D(x)\, dx = 0.75$

5.3. Interpretación de los resultados cuando se transforma un NBT

La transformación propuesta por los autores Chanas y Nowakowski (1988), Negi y Lee (1992) y Dubois et al. (1993) basa su conversión en el principio de conocimiento insuficiente, lo que lleva a obtener función de densidad con mayor incertidumbre que la contenida en la distribución de posibilidad original ya que no verifica el principio de preservación de información, como nuestra transformación cumple dicho principio no se añade ni se pierde información en la transformación. Así vamos que $H(f_D(x)) > U(\mu_{\tilde{A}}(x)) = H(f(x))$, es decir, la *entropía diferencial* $H(f_D(x))$ de la función de densidad $f_D(x)$, es mayor que la medida de incertidumbre $U(\mu_{\tilde{A}}(x))$ de la distribución de posibilidad original $\mu_{\tilde{A}}(x)$, la cual a su vez es igual a la *entropía diferencial* $H(f(x))$ de la función de densidad $f(x)$.

En cuanto a la consistencia entre ambas distribuciones, la función de densidad $f(x)$ obtenida por nosotros desde las premisas de Klir (1990) tiene un *grado de consistencia* con la función de posibilidad $\mu_{\tilde{A}}(x)$ igual a $\gamma = 0.863$ el cual es mayor que el *grado de consistencia* de la función de densidad $f_D(x)$ obtenida por Dubois et al. (1993), con un valor de $\gamma_D = 0.75$.

Los mismos resultados se obtienen cuando transformamos un número borroso trapezoidal.

5.4. Grado de consistencia de Dubois y Prade (1982)

Para completar el análisis de la transformación propuesta en este trabajo, es necesario comprobar que la premisa básica de consistencia entre distribuciones de posibilidad y funciones de densidad de probabilidad, de la forma $\mu(A) \geq f(A)$, $\forall A$, o grado de consistencia de Dubois y Prade (1982), se verifica. Para la transformación debida a Dubois et al. (1993) está demostrado en Wonneberger (1994) que se cumple.

En primer lugar sea $\mu(A) = \max_{x \in A} \mu(x)$, entonces el conjunto A, como mucho, puede estar formado por $A = [a-d_1, x_1] \cup [x_2, a+d_2]$ con $x_1 < x_2$ y $\mu(x_1) = \mu(x_2) = \mu(A)$, y sea entonces:

$$f(A) = \int_{a-d_1}^{x_1} f(x)\,dx + \int_{x_2}^{a+d_2} f(x)\,dx = \frac{\left(x_1 - (a-d_1)\right)^{\beta+1}}{Dd_1^{\beta}} + \frac{\left((a+d_2) - x_2\right)^{\beta+1}}{Dd_2^{\beta}} \tag{8}$$

Como $\mu(x_1) = \mu(x_2)$ es $\dfrac{x_1 - (a-d_1)}{d_1} = \dfrac{(a+d_2) - x_2}{d_2}$, al ser $\beta = 5.3054$ es $\dfrac{x_1 - (a-d_1)}{d_1} > \left(\dfrac{x_1 - (a-d_1)}{d_1}\right)^{\beta}$ y como $\dfrac{x_1 - x_2 + D}{D} < 1$ se llega de manera inmediata a que $\mu(A) \geq f(A)$, $\forall A$.

Siguiendo un razonamiento similar, hemos probado que grado de consistencia de Dubois y Prade también se verifica cuando se transforma un número borroso trapezoidal.

6. Conclusiones

Después de llevar a cabo un amplio estudio de las diferentes transformaciones posibilidad-probabilidad existentes en la literatura para transformar datos en el caso continuo, así como de las medidas de incertidumbre en las dos teorías utilizadas en este trabajo, hemos desarrollado una nueva transformación posibilidad-probabilidad para el caso continuo, que cumple unos requisitos significativos para que este tipo de transformación sea aceptada por los investigadores. El principal requisito que verifica es el principio de preservación de incertidumbre el cual garantiza que ninguna información es inconscientemente añadida o eliminada únicamente al cambiar el marco matemático en el cual un fenómeno concreto está formalizado. Y verifica el grado de consistencia de Dubois y Prade (1982) así como las propiedades de simetría, fuerte preservación de preferencia, preservación de ignorancia y preservación de simetría. Hemos comparado la transformación con preservación de información que proponemos con la transformación debida a Dubois et al. (1993) y llegamos a la conclusión de que nuestra transformación es más consistente con la distribución de posibilidad original y mantiene la incertidumbre inicial, sin añadir o eliminar información, cuando se aplica a números borrosos triangulares o trapezoidales. En un trabajo futuro, utilizaremos esta transformación para desarrollar la función de densidad exponencial con datos inciertos.

Referencias

Baudrit, C.; Dubois, D. (2006). Practical representations of incomplete probabilistic knowledge. Computational Statistics & Data Analysis, Vol. 51, pp. 86-108.

Chanas, S.; Nowakowski, M. (1988). Single value simulation of fuzzy variable. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 25, pp. 43-57.

Cover, T.; Thomas, J.A. (1991). Elements of Information Theory. New York. John Wiley and Sons.

De Luca, A.; Termini, S. (1972). A definition on a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory. Inform Contr., Vol. 20, pp. 301-312.

Dubois, D.; Prade, H. (1982). On several representations of an uncertain body of evidence. En: Fuzzy Information and Decision Processes, ed. M.M. Gupta y E. Sanchez. North-Holland, New York, pp. 167-181.

Dubois, D.; Prade, H.; Sandri, S. (1993). On possibility/probability transformations. Fuzzy Logic. Lowen, R. y Roubens, M. Eds. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers. pp. 103-112.

Florea, M.C.; Jousselme, A.L.; Grenier, D.; Bossé, E. (2008). Approximation techniques for the transformation of fuzzy sets into random sets. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 159, pp. 270-288.

Geer, J.F.; Klir, G.J. (1992). A mathematical analysis of information preserving transformations between probabilistic and possibilistic formulations of uncertainty. International Journal of General Systems, Vol. 20, pp. 143-176.

Gupta, C.P. (1993) A note on the transformation of Possibilistic information into probabilistic information for investment decision. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 56, pp. 175-182.

Higashi, M.; Klir, G.J. (1982). Measures of uncertainty and information based on possibility distributions. International Journal of General Systems, Vol. 9, No. 1, pp. 43-58.

Kapur J.N. (1994). Measures of information and their applications. New Delhi. India. John Wiley and Sons.

Kearfott, R.B.; Kreinovich, V. (1996). Applications of Interval Computations: An introduction. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Netherlands.

Klir, G.J. (1990). A principle of uncertainty and information invariance. International Journal of General Systems, Vol. 17, pp. 249-275.

Klir, G.J.; Folger, T.A. (1988). Fuzzy Sets, uncertainty and information. Prentice Hall, New Jersey.

Klir, G.; Wierman, M. (1999). Uncertainty-Based Information: Elements of Generalized Information Theory. Physica-Verlag. New York.

Lee, E.S.; Li, R.J. (1988). Comparison of fuzzy numbers based on the probability measure of fuzzy events. Computers and Mathematics with Applications Vol. 15, No. 10, pp. 887-896.

Lee, K.D.; Llinas, J. (2003). Hybrid model for intent estimation. In: Proceedings of the Sixth International Conference of Information Fusion, (FUSION 2003, Queensland Australia), Vol. 1-2, pp. 1215-1222.

Lee, K.D.; Llinas, J.; Adleson, R. (2005). Hybrid framework for fusion 2+ in multi-multi air engagement. In: Dasarathy, B.V. (ed.) Multisensor, Multisource Information Fusion: Architectures, Algorithms and Applications 2005. Proceedings of SPIE, Vol. 5813, pp. 86-95.

Li, X.; Liu, B. (2007). Maximum entropy principle for fuzzy variables. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, Vol. 15, pp. 43-52.

Negi, D.S.; Lee, E.S. (1992). Analysis and simulation of fuzzy queues. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 46, pp. 321-330.

Núñez, J.; Kutalik, Z.; Cho, K-H.; Wolkenhauer, O. (2003). Level sets and minimum volume sets of probability density functions. International Journal of Approximate Reasoning, Vol. 34, pp. 25-47.

Oussalah, M. (2000). On the probability/possibility transformations: a comparative analysis. International Journal of General Systems, Vol. 29, pp. 671-718.

Rebiasz, B. (2007). Fuzziness and randomness in investment project risk appraisal. Computers & Operations Research, Vol. 34, pp. 199-210.

Shannon, C.E. (1948). The mathematical theory of communication. The Bell System Technical Journal 27, pp. 379-423.

Wonneberger, S. (1994). Generalization of an invertible mapping between probability and possibility. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 64, pp. 229-240.

Yager, R.R. (1983). Entropy and especificity in a mathematical theory of evidence. International Journal of General Systems, Vol. 9, pp. 249-260.

Zadeh, L.A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, pp. 3-28.