6th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management.
XVI Congreso de Ingeniería de Organización. Vigo, July 18-20, 2012

Algoritmos Genéticos para la Secuenciación de Patrones de Corte de Perfiles Metálicos

Genetic Algorithms for Pattern Sequencing when Cutting Metallic Structural Beams

Gracia C[1], Andrés C

Abstract (English) This work presents an approach based on the use of genetic algorithms to solve the multi-objective problem of sequencing cutting patterns arising in a local metalwork company. The approach is experimentally tested on a set of instances similar to those of the local metalwork company. In particular, comparative results against those obtained when considering mono-objective functions show the efficiency of its performance when obtaining the Pareto frontiers.

Resumen (Castellano) Este trabajo presenta una metodología basada en el uso de algoritmos genéticos para resolver el problema multiobjetivo de secuenciación de patrones de corte que surge en la programación del corte de perfiles metálicos en una empresa ubicada en la Comunidad Valenciana. Se ha realizado un estudio comparativo evaluando los resultados obtenidos en la determinación de los frentes de Pareto frente a los obtenidos cuando se considera un único objetivo.

Keywords: pattern sequencing, cutting stock problem, genetic algorithms; **Palabras clave:** secuenciación de patrones, problema de corte, algoritmos genéticos

1.1 Introducción

Este trabajo presenta una metodología basada en el uso de algoritmos genéticos para determinar la secuencia de la programación del corte de perfiles metálicos en una empresa ubicada en la Comunidad Valenciana. La necesidad de decidir una

[1] Carlos Gracia (✉)
Departamento de Organización de Empresas (DOE).Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain
e-mail: cargraca@omp.upv.es

secuencia óptima surge tras la resolución del problema de corte (*Cutting Stock Problem*, CSP) que asigna mediante el uso de patrones las longitudes demandadas a perfiles más largos disponibles en stock. En este caso el CSP es de tipo unidimensional según Wäscher et al. (2007) se denotaría como 1dimensional MSSCSP.

En el contexto de la Investigación Operativa y bajo el término Problemas de Corte y Empaquetado, *Cutting and Packing Problems* (C&P) se engloban un conjunto de problemas de Optimización Combinatoria con una considerable variedad de aplicaciones de tipo industrial. Wäscher et al. (2007) identifican entre 1995 y 2005 más de 400 publicaciones sobre problemas estándar (se excluyen extensiones o variantes tipo multiobjetivo, en línea, problemas estocásticos, etc). En un primer estadio, la resolución de los problemas de corte requiere de la obtención de un conjunto de patrones y sus frecuencias de corte de forma que se vean satisfechas las cantidades demandas para un periodo de tiempo concreto (Gracia et al 2011). Sin embargo, en algunas ocasiones y en el contexto de la planificación de las operaciones industriales de corte, y más allá de la generación de una solución que satisfaga las demandas, se deben considerar otros aspectos adicionales inherentes al proceso productivo que condicionarán la manera de llevar a cabo el plan de fabricación.

Los problemas de secuenciación han aparecido bajo diferentes denominaciones dependiendo de la función objetivo que se pretenda optimizar. La minimización del tiempo medio que un pedido permanece abierto, se ha denominado como MORP (*Minimization of Order Spread Problem*). Si se minimiza el número de veces que se interrumpe un pedido, el problema ha aparecido como MDP (*Minimization of Discontinuities Problem*). Si se persigue minimizar la cantidad máxima de paquetes al final de la línea, se habla del problema MOSP (*Minimization of Open Stacks Problem*). En el corte de perfiles metálicos, la secuencia de ejecución de los patrones debe optimizar el espacio disponible en la línea de corte y evitar al mismo tiempo que la cantidad de producto en curso sea elevada.

El resto del trabajo se estructura de la siguiente manera. En el apartado 2 se describen y modelizan los problemas de secuenciación de patrones. En el apartado 3 se proponen un método basado en algoritmos genéticos y técnicas de muestreo independiente para la resolución del problema multiobjetivo. En la sección 4 se aborda la implementación y resultados de dicho método. Finalmente en el apartado 5 se destacan las principales conclusiones.

1.2 Modelización de los Problemas de Secuenciación de Patrones de Corte

En general, a la hora de tratar la secuenciación de patrones de corte partiremos de las siguientes consideraciones previas (Foerster y Wäscher, 1998):

- Un pedido consiste en una cantidad demandada de vigas de un tamaño concreto que se han de cortar a partir de material disponible en stock.
- Se han determinado un conjunto de patrones y sus frecuencias correspondientes, de forma todas las demandas son satisfechas.
- Cada patrón de corte requiere de una preparación o montaje específico de las herramientas de corte (*set-ups*). Patrones idénticos se cortan uno a continuación del otro, el número de set-ups coincide con el número de patrones diferentes.
- Sea m el número de pedidos demandados y n el número de patrones de corte distintos que satisfacen dichas demandas. Una secuencia de patrones se representará como una permutación concreta π de los n elementos donde π (j) indica el patrón que se corta en la posición j

1.2.1 Problema de Minimización de la Cantidad de Paquetes Abiertos (MOSP)

Definimos la cantidad máxima de paquetes abiertos (*MOS*) para una determinada secuencia de corte como el máximo de los pedidos en curso (no completados) que se encuentran simultáneamente mientras se realiza el proceso de corte de los patrones. Para cada secuencia se puede definir una matriz $P(\pi) = p_{ij}$ en la que las filas representan los pedidos y las columnas los patrones de corte. De forma que se cumpla para $i=1,\dots,m,\ j=1,\dots,n.$ que:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el pedido } i \text{ se corta con el patrón } j \\ 0 & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \tag{1.1}$$

Se define también otra matriz $Q^1(\pi) = q_{ij}$, llamada matriz de paquetes abiertos, que permitirá calcular el número de paquetes abiertos y que se obtiene a partir de la matriz $P(\pi)$ de la siguiente forma:

$$q_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si hay un } x \text{ y un } y \ / \ pos(x) \le j \le pos(y) \text{ y } p_{ix} = p_{iy} = 1 \\ 0 & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \tag{1.2}$$

donde *pos(a)* indica la posición del patrón *a* en la secuencia. La matriz *Q* muestra los paquetes abiertos a lo largo de la secuencia mediante los unos consecutivos que aparecen en cada fila (para cada pedido). La cantidad máxima de paquetes (*MOS*) vendrá determinada por la siguiente expresión:

$$MOS = max\left(\sum_j q_{ij}\right) \tag{1.3}$$

1.2.2 Problema de Minimización de la Cantidad de Paquetes Abiertos (MOSP)

Un pedido se completa en el momento en el que se ha alcanzado su nivel de demanda. La diferencia entre la posición del primer patrón que corta el pedido y la del último es lo que se define como la extensión del pedido (*order spread*). El objetivo que debe perseguir la secuencia de patrones es aquel que minimice la extensión media de los pedidos (*Average Order Spreads* o *AOS*). Para cada secuencia se puede definir una matriz $P(\pi) = p_{ij}$ en la que las filas representan los pedidos y las columnas los patrones de corte. De forma que se cumpla para *i=1,…,m, j=1,…,n* que:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el pedido } i \text{ se corta con el patrón } j \\ 0 & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \tag{1.4}$$

Se define también otra matriz $Q^2(\pi) = q_{ij}$ llamada matriz de extensión de pedidos que permitirá calcular la extensión media de pedidos para una secuencia concreta, de forma que se cumpla que:

$$q_{ij} = \begin{cases} j & \text{si el pedido } i \text{ se corta con el patrón } j \\ 0 & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \tag{1.5}$$

Las entradas en la fila *i* de $Q^2(\pi)$ indican las posiciones en la secuencia de los patrones que contienen el pedido *i*. Así pues, se puede definir la extensión de un pedido *i* en la secuencia π como $s_{i\pi} = \max\left\{q_{ij}, j=1,\dots,n;\ q_{ij}>0\right\} - \min\left\{q_{ij}, j=1,\dots,n;\ q_{ij}>0\right\}$

Para la evaluación de una secuencia completa se obtiene la extensión media de los pedidos (AOS) a partir de la siguiente ecuación:

$$AOS = \bar{s}(\pi) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_{i\pi} \tag{1.6}$$

Por tanto, el problema de seleccionar una secuencia de patrones que minimice la extensión media de los pedidos (*AOS*) es una generalización del problema de viajante de comercio en el que la "matriz de distancias" debe calcularse para cada secuencia.

1.3 Método de Resolución Basado en el Uso de Algoritmos Genéticos

Respecto a su resolución, en (Andreatta et al., 1988) se demuestra que el MOSP es de tipo NP completo. En (Linhares y Yanasse, 2002) se presenta un listado de otros problemas NP completos que son equivalentes al MOSP. En (Foerster y Wäscher 1998) se considera que en definitiva son una generalización del Problema del Viajante (TSP) y por tanto a éstos son aplicables los métodos de resolución propuestos para el TSP. En (Johnson y McGeoch, 1997) se describen las principales técnicas de resolución que se han adaptado al TSP. Concluyen que en el caso de problemas con pocos vértices y disponiendo de más tiempo los algoritmos genéticos encuentran mejores soluciones que las obtenidas por el algoritmo Lin-Kernigham , este es el caso del corte de vigas metálicas, en el que el tamaño de las secuencias que se manejan consiste en menos de 100 patrones.

1.3.1 Un Algoritmo Genético para la Resolución independiente del MOSP y el MORP

En esta sección se describe un algoritmo genético propuesto para la obtención de la secuencia de corte, aplicable tanto si se persigue minimizar la cantidad máxima de paquetes abiertos (*MOS*) como si el objetivo consiste en reducir la extensión media de pedido (*AOS*).

Los parámetros de entrada al algoritmo son los siguientes: Tamaño de la población (*pop_size*); Número de generaciones máximo o condiciones de finalización del algoritmo; Procedimientos de mutación y recombinación. Adicionalmente, se debe proporcionar la matriz P_{ij} que relacione cada uno de los patrones contenidos en la secuencia con los pedidos o vigas que hay que cortar.

- La codificación de una solución al problema de corte, consistirá en una secuencia ordenada de los distintos patrones que constituyen la solución al problema de corte. Las funciones que se implementarán para la evaluación de soluciones son las de las expresiones (1.1) y (1.2) respectivamente. Generación de una población inicial se realiza de manera aleatoria.
- Procesos de clonado y mutación: se proponen tres procedimientos que generarán tres nuevos individuos. Se aplican los procedimientos de mutación: intercambio de posiciones, procedimiento 2 *opt* y deslizamiento.

1.3.2 Resolución del Problema Multiobjetivo

El planteamiento del problema de optimización multiobjetivo es similar al de optimización con un único objetivo. El problema consiste en encontrar el vector solución $\bar{x}$ que optimice:

$$\bar{f}(\bar{x}) = [f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), .., f_k(\bar{x})]^T \tag{1.7}$$

donde $\bar{f}$ es el vector de funciones objetivo, compuesto por las funciones f_i, con $i=1,2,...,k$. En este caso el problema no tiene restricciones. En (Coello, 1996) se puede encontrar una buena revisión sobre las diferentes técnicas utilizadas para la resolución de los problemas multiobjetivo. Se deben considerar las siguientes características:

- La cantidad de paquetes abiertos es un número entero, por lo que el frente de Pareto sea discontinuo.
- Al ser el frente de Pareto discontinuo y las secuencias con valores mínimos de *AOS* tener valores de *MOS* cercanos al mínimo (ej. siguiente entero) y viceversa, el frente de Pareto está constituido por una cantidad discreta de puntos.

Teniendo en cuenta las características del conjunto de óptimos de Pareto se opta por una técnica de muestreo independiente basada en dos ejecuciones. En la primera ejecución se inicializa el algoritmo genético y se realiza una primera evaluación de todas las soluciones de acuerdo con su *AOS* y aquella o aquellas que tengan el menor *AOS* se evalúan de acuerdo con su *MOS*. Se define una nueva función de eficiencia (*dist_total*)[1]. Para una secuencia π, setiene la siguiente expresión, donde *pop=1,…pop_size*:

$$dist\_total_{\pi}^{1} = (dist1_{\pi} + dist2_{\pi}) \tag{1.8}$$

$$dist1_{\pi} = AOS_{\pi} \qquad dist2_{\pi} = \begin{cases} MOS_{\pi} & \text{si } AOS_{\pi}=Min\{AOS_{pop}\} \\ \infty & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \tag{1.9}$$

En la segunda ejecución se inicializa el algoritmo genético y se realiza una primera evaluación de todas las soluciones de acuerdo con su *MOS* y aquella o aquellas que tengan el menor *MOS* se les evaluará de acuerdo con su *AOS*. La nueva función de eficiencia ($dist\_total^{2}$).

$$dist\_total_{\pi}^{2} = (dist1_{\pi} + dist2_{\pi}) \tag{1.10}$$

$$dist1_{\pi} = MOS_{\pi} \qquad dist2_{\pi} = \begin{cases} AOS_{\pi} & \text{si } \overline{MOS}_{\pi}=Min\{\overline{MOS}_{pop}\} \\ \infty & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \tag{1.11}$$

1.4 Implementación y Resultados Computacionales

La implementación del algoritmo genético se realiza utilizando el software ©*MATLAB2007b*. Se ha resuelto el CSP para 21 instancias de baja demanda aplicando la metodología descrita en (Gracia et al., 2011) y se han generado distintos problemas de test. Las soluciones obtenidas del CSP contienen una cantidad variable de patrones de corte, éstas se agrupan en: 10, 20 y 30 patrones diferentes. Se aplica el algoritmo genético en el problema independiente MOSP, en el MORP y en el multiobjetivo. Los parámetros de entrada del algoritmo son: una población de 50 individuos y 1000 iteraciones.

1.4.2 Desempeño del método en la obtención de los frentes de Pareto

Para cada tipo de secuencia (10, 20 y 30 patrones) se analizan los resultados obtenidos por el algoritmo aplicado al problema multiobjetivo. Se obtendrá dos puntos óptimos, uno de ellos hará mínima la MOS y el otro el AOS, constituyendo el frente de Pareto. En la tabla 1.2, se muestran los resultados obtenidos para cada tipo de secuencia.

Tabla 1.2 Desempeño del algoritmo para el problema Multiobjetivo

Secuencia 10 Patrones						
Problema test	AOS Óptimo	MOS Óptimo	Punto 1		Punto 2	
1	4,25	11	4,25	12	4,45	11
2	4,35	12	**4,35**	**12**	**4,35**	**12**
3	4,7	12	4,70	12	4,75	12
4	4,05	13	**4,05**	**13**	**4,05**	**13**
5	3,15	11	**3,15**	**11**	3,25	11
Secuencia 20 Patrones						
Problema test	AOS Óptimo	MOS Óptimo	Punto 1		Punto 2	
1	4,25	11	4,25	12	4,45	11
2	4,35	12	**4,35**	**12**	**4,35**	**12**
3	4,7	12	**4,70**	**12**	4,75	12
4	4,05	13	**4,05**	**13**	**4,05**	**13**
5	3,15	11	**3,15**	**11**	3,25	11
Secuencia 30 Patrones						
Problema test	AOS Óptimo	MOS Óptimo	Punto 1		Punto 2	
1	4,15	5	**4,15**	**5**	4,25	5
2	5,15	7	**5,15**	**7**	5,70	7
3	4,05	6	**4,05**	**6**	4,35	6
4	4,35	5	4,35	7	**4,35**	**5**
5	4,9	6	**4,90**	**6**	**4,90**	**6**

En negrita se han destacado los frentes de Pareto constituidos por un único punto (se llega al mismo punto en ambas ejecuciones). Se observa que muchos casos se obtienen dos valores óptimos de Pareto.

1.5 Conclusiones

El método propuesto permite la obtención de los frentes de pareto de manera que permite incorporar a la secuenciación de patrones aspectos vinculados a restricciones de espacio de almacenamiento así como de fechas de entrega. Los resultados obtenidos animan a trabajar en nuevas líneas que permitan extender el trabajo con el fin de contemplar de manera conjunta la resolución de problemas de Corte y Secuenciación.

1.6 Agradecimientos

Este trabajo ha sido desarrollado este trabajo ha sido financiado parcialmente a partir del proyecto DPI2011-27633 denominado "Programacion de produccion en cadenas de suministro sincronizadas multietapa con ensamblajes/desensamblajes con renovacion constante de productos en un contexto de innovación"

1.6 Referencias

Andreatta G, Basso A, Caumo A and Deserti L (1989). Un problema min cutwidth generaliz- zato e sue applicazionni ad un FMS. Atti delle giornate di lavoro. AIRO, , 1-17.

Coello CA (1998) A Comprehensive Survey of Evolutionary-Based Multiobjective Optimization Techniques. Knowledge and Information Systems. An International Journal, 1(3), 269-308.

Foerster H, Wäscher G (2000) Pattern reduction in one dimensional cutting stock problems. International Journal of Production Research, 7, 1657-1676.

Foerster H, Wäscher G (1998) Simulated annealing for order spread minimization in sequencing cutting patterns. European Journal of Operational Research, 110(2), 272-281.

Gracia C, Andrés C, Gracia L (2011) A hybrid approach based on genetic algorithms to solve the problem of cutting structural beams in a metalwork company. Journal of Heuristics. On line
DOI: 10.1007/s10732-011-9187-x

Johnson DS, McGeoch LA (1997) The Travelling Salesman Problem: A case study in Local optimization. In: E.H.L. AARTS and J.K. LENSTRA, eds, Local Search in Combinatorial Optimization. John Wiley and Sons, pp. 215-310.

Linhares A, Yanasse HH (2002) Connections between cutting pattern sequencing, VLSI design and flexible machines. Computers & Operations Research, 29, 1759-1772.

Wäscher G, Haubner H, Schumann H (2007) An improved typology of cutting and packing problems. European Journal of Operational Research, 183(3), 1109-1130.